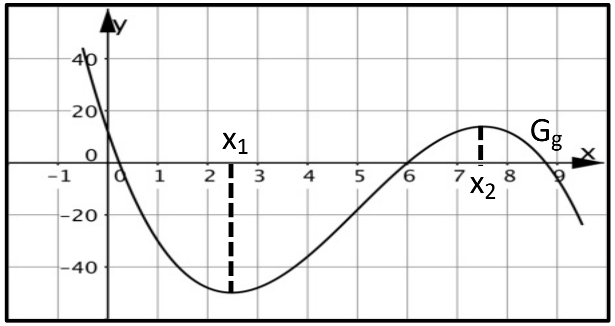
1.0 Gegeben ist die ganzrationale Funktion g dritten Grades mit $\mathbb{D}_g = \mathbb{R}$, deren Graph G_g in folgender Abbildung dargestellt ist.



Vom Graphen sind folgende Eigenschaften bekannt:

- G_g hat eine Nullstelle bei $x = +6$
- G_g hat eine Tangente G_t mit $t: y = 16x - 96$ mit $x \in \mathbb{R}$ durch $x = +6$
- G_g besitzt den Wendepunkt $W(+5| - 18)$

1.1 Skizzieren Sie den Graphen $G_{g'}$ der 1. Ableitungsfunktion von g in ein geeignetes Koordinatensystem und geben Sie die maximalen Monotonieintervalle der 1. Ableitungsfunktion g' an. 5

1.2.0 Zur Ermittlung des Funktionsterms $g(x)$ liegt folgendes Gleichungssystem vor:

$$\begin{array}{lr} \text{I} & 216a + 36b + 6c + d = 0 \\ \text{II} & 125a + 25b + 5c + d = 18 \\ \text{III} & 108a + 12b + c = 16 \\ \text{IV} & 30a + 2b = 0 \end{array}$$

1.2.1 Geben Sie nachvollziehbar an, welche Ansätze zu diesen Gleichungen führen. 4

1.2.2 Bestimmen Sie $g(x)$ mithilfe der Gleichungen aus 1.2.0. 7

2.0 Gegeben ist nun die Funktion $f: x \mapsto \frac{1}{10} \cdot g(x) = \frac{1}{10}(-x^3 + 15x^2 - 56x + 12)$ mit $\mathbb{D}_f = \mathbb{R}$, wobei g die Funktion aus Teilaufgabe 1.2.2 ist. Der zugehörige Graph wird mit G_f bezeichnet.

2.1 Berechnen Sie alle Schnittpunkte des Graphen G_f mit den Koordinatenachsen. 7

2.2 Ermitteln Sie Art und Koordinaten aller relativen Extrempunkte von G_f. Runden Sie die Koordinaten auf eine Nachkommastelle. 6

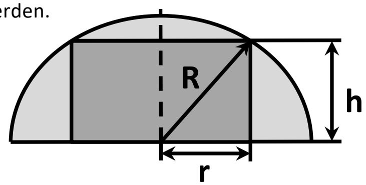
2.3 Bestimmen Sie die maximalen Krümmungsintervalle von G_f. 4

2.4 Zeichnen Sie unter Mitverwendung vorliegender Ergebnisse den Graphen G_f im Bereich $-1 \leq x \leq +10$ in ein kartesisches Koordinatensystem. Verwenden Sie als Maßstab für beide Achsen: $1\,LE = 1cm$ 5

2.5 Es gilt $\int_{-2}^{+6} f(x)\,dx = 0$. Interpretieren Sie dieses Ergebnis in Bezug auf G_f. 2

2.6 Die Parabel G_p mit $p(x) = -0{,}1x^2 + 0{,}4x + 1{,}2$ und $\mathbb{D}_p = \mathbb{R}$ schließt mit G_f im I. und IV. Quadranten zwei endliche Flächenstücke ein. Zeichnen Sie in das vorhandene Koordinatensystem G_p für $-1 \leq x \leq +10$ ein, schraffieren Sie das linke der beiden Flächenstücke und berechnen Sie die Maßzahl seines Flächeninhalts. Die Integrationsgrenzen können der Zeichnung entnommen werden. 7

3.0 Einer Halbkugel mit Radius $R = 10\,cm$ soll ein Zylinder mit Radius r und Höhe h einbeschrieben werden (siehe Skizze). Bei Berechnungen kann auf die Verwendung von Einheiten verzichtet werden.



3.1 Ermitteln Sie die Maßzahl $V(h)$ des Volumens des Zylinders in Abhängigkeit von der Höhe h und geben Sie eine sinnvolle Definitionsmenge für die Funktion $V: h \mapsto V(h)$ an, wenn die Höhe h mindestens 6 cm betragen soll. 4
[mögliches Teilergebnis: $V(h) = h\pi(100 - h^2)$]

3.2 Berechnen Sie h so, dass $V(h)$ den absolut größten Wert annimmt, und unter-suchen Sie, ob das maximale Volumen V_{max} des Zylinders mehr als die Hälfte des Halbkugelvolumens beträgt. 9

1.0 Der Graph G_f einer ganzrationalen Funktion f vierten Grades mit $\mathbb{D}_f = \mathbb{R}$ ist symmetrisch zur y-Achse und hat einen Wendepunkt $W_1(+1|+2{,}5)$. Die Tangente G_t im Punkt W_1 besitzt die Gleichung $t: y = 4x - 1{,}5$ mit $x \in \mathbb{R}$.

1.1 Bestimmen Sie den Funktionsterm $f(x)$. 7
[mögliches Ergebnis: $f(x) = -\frac{1}{2}(x^4 - 6x^2)$]

1.2 Ermitteln Sie sämtliche Nullstellen der Funktion f und deren Vielfachheit. Erklären Sie außerdem die Bedeutung der Vielfachheit dieser Nullstellen für den Graphen G_f. 5

1.3 Bestimmen Sie die maximalen Monotonieintervalle der Funktion f sowie Art und Koordinaten der relativen Extrempunkte des Graphen G_f. 8

1.4 Begründen Sie ohne weitere Rechnung, dass der Graph G_f genau zwei Wendepunkte besitzt und geben Sie die Koordinaten des zweiten Wendepunkts an. Berechnen Sie auch die x-Koordinaten sämtlicher Punkte von G_f, welche die gleichen y-Koordinaten wie die Wendepunkte haben. 7

1.5 Zeichnen Sie unter Mitverwendung vorliegender Ergebnisse den Graphen G_f im Bereich $-2{,}5 \leq x \leq +2{,}5$ in ein kartesisches Koordinatensystem. Für weitere Teilaufgaben wird auf der y-Achse der Bereich $-5 \leq y \leq +5$ benötigt. Als Maßstab für beide Achsen gilt: $1\ LE = 1\ cm$ 5

1.6 Zeigen Sie, dass an der Stelle $x = -2$ die Gleichung $f(x) - f'(x) = 0$ gilt und bestimmen Sie alle weiteren Stellen mit dieser Eigenschaft. Erklären Sie, was das Ergebnis für den Graphen G_f bedeutet. 7

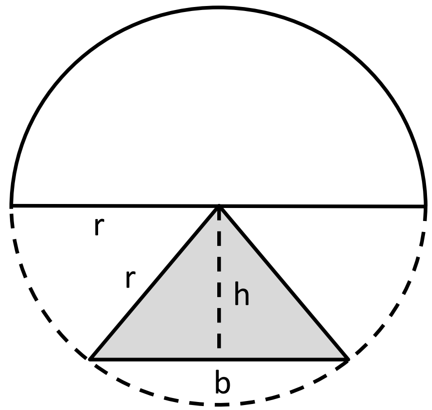
1.7 Geben Sie exakt die Nullstellen und die Extremstellen der ersten Ableitungsfunktion f' an und zeichnen Sie den zugehörigen Graphen $G_{f'}$ in das vorhandene Koordinatensystem im Bereich $-2 \leq x \leq +2$ mit Farbe ein. 4

1.8 Die Graphen G_f und $G_{f'}$ schließen ein endliches Flächenstück ein, das im II. und III. Quadranten des Koordinatensystems liegt. Markieren Sie dieses Flächenstück und berechnen Sie die Maßzahl seines Inhalts. 5

2 Begründen oder widerlegen Sie folgende Aussage: 3

Ist der Graph G_h einer ganzrationalen Funktion h symmetrisch zur y-Achse, dann ist der Graph $G_{h'}$ der zugehörigen ersten Ableitungsfunktion punktsymmetrisch zum Ursprung.

3.0 Das Designstudio hat eine Nachttischleuchte entworfen. Diese besteht aus einem halbkugelförmigen Schirm mit Radius $r = 12\ cm$ und einem Leuchtenfuß in der Form eines geraden Kreiskegels mit der Höhe h und dem Durchmesser b in der Grundfläche (siehe Skizze). Bei Berechnungen kann auf die Verwendung von Einheiten verzichtet werden.



3.1 Bestimmen Sie die Maßzahl $V(h)$ des Volumens des Fußes der Leuchte in Abhängigkeit von h. [mögliches Ergebnis: $V(h) = \frac{\pi}{3}(-h^3 + 144h)$] 3

3.2 Aus technischen Gründen wird für die Funktion $V: h \mapsto V(h)$ als Definitionsbereich $\mathbb{D}_V = [+2; +8]$ gewählt. Bestimmen Sie die Höhe des Leuchtenfußes so, dass die Maßzahl seines Volumens den absolut größten Wert annimmt. Nach Auffassung der Designer würde dann die Leuchte die ansprechendsten Proportionen besitzen. 6

1.0 Vor einem Tennisturnier werden die verwendeten Tennisbälle hinsichtlich der Qualität geprüft. Aus Erfahrung weiß man, dass 90% der Bälle den richtigen Durchmesser aufweisen (D), 10% Fehler in der Form ($\overline{F}$) sowie 20% Fehler in der Elastizität ($\overline{E}$) zu beklagen sind. Alle Fehler treten unabhängig voneinander auf. Im Zufallsexperiment wird ein beliebig ausgewählter Ball auf die drei möglichen Fehler untersucht.

1.1 Bestimmen Sie unter Verwendung eines Baumdiagramms die Wahrscheinlichkeiten aller acht Elementarereignisse dieses Zufallsexperiments. 5

1.2.0 Gegeben seien folgende Ereignisse:

- E_1: „Der Ball weist genau 2 Fehler auf."
- $E_2 = \{DFE; DF\overline{E}; \overline{D}FE; \overline{D}F\overline{E}\}$

1.2.1 Notieren Sie E_1 in aufzählender Mengenschreibweise und fassen Sie E_2 möglichst einfach in Worte. Prüfen Sie ferner E_1 und E_2 auf stochastische Unabhängigkeit. 5

1.2.2 Geben Sie ein Ereignis E_3 an, für das gilt: 2

$$10 \cdot P(E_3) = P(E_2)$$

2.0 Die Zufallsgröße X gibt die Anzahl der Fehler eines Balls an. Es treten nur die drei in 1.0 genannten Fehler

- falscher Durchmesser (D)
- falsche Form (F)
- falsche Elastizität (E)

mit ihren zugehörigen Wahrscheinlichkeiten auf.

2.1 Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeitsverteilung von X. 2

2.2 Ermitteln Sie, mit welcher Wahrscheinlichkeit die Zufallswerte um höchstens die einfache Standardabweichung vom Erwartungswert abweichen. 5

In den Teilaufgaben 3 und 4 habe das Ereignis „fehlerfreier Ball" die Wahrscheinlichkeit $p = 0{,}65$.

3 Einem Vorratsbehälter werden der Reihe nach 15 Bälle mit Zurücklegen entnommen. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten folgender Ereignisse: 6

- E_4: „Genau 5 Bälle sind fehlerfrei."
- E_5: „Genau 7 Bälle sind fehlerfrei, aber nicht die ersten 5 Bälle."
- E_6: „Mindestens 10 Bälle, aber weniger als 14 Bälle sind fehlerfrei."
- E_7: „Nur 2 Bälle sind fehlerfrei und diese folgen nacheinander."

4.0 Nach der Anschaffung einer neuen Maschine behauptet der Hersteller, dass der Anteil fehlerfreier Bälle auf über 65% gestiegen ist (Gegenhypothese). Zur Überprüfung wird ein Signifikanztest mit 100 zufällig ausgewählten Bällen durchgeführt.

4.1 Sind mindestens 70 Bälle fehlerfrei, so geht man von einer verbesserten Maschine aus. Geben Sie die Testgröße sowie die Nullhypothese an und berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit für den Fehler 1. Art. 4

4.2 Ermitteln Sie den maximalen Ablehnungsbereich der Nullhypothese auf dem 5%-Niveau. 4

5.0 Die Tennisfreunde Bernie und Nobby vereinbaren eine kleine Trainingseinheit von 4 Spielen. Bei jedem Spiel hat Bernie die konstante Gewinnwahrscheinlichkeit $p > 0$. Das Ereignis „Bernie gewinnt genau einmal" ist doppelt so wahrscheinlich wie das Ereignis „Bernie gewinnt nie".

5.1 Berechnen Sie hieraus p. 4

[Ergebnis: $p = \frac{1}{3}$]

5.2 Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit folgender Ereignisse: 3

- E_8: „Bernie gewinnt genau zweimal."
- E_9: „Bernie gewinnt höchstens einmal."

1.0 Die Fluggesellschaft TransAir bietet ihren Fluggästen neben den Standardmenüs (S) auch vegetarische Menüs ($\overline{S}$) an. Es werden nun die Fluggäste betrachtet, die tatsächlich essen und trinken. Diese Passagiere entscheiden sich zu 80% für den Menütyp S, und von diesen wählen 75% Fleisch (F), der Rest Fisch ($\overline{F}$). Von denen, die den Menütyp ($\overline{S}$) bevorzugen, entscheidet sich ein Fünftel für vegane Kost (V), der Rest für nicht vegane Kost ($\overline{V}$). Alle Fluggäste haben ferner die Wahlmöglichkeit zwischen einem alkoholischen Getränk (A) und einem alkoholfreien Getränk ($\overline{A}$). Wählt ein Fluggast ein Standardmenü, so entscheidet er sich zu 50% für ein alkoholisches Getränk, ansonsten nur zu 25%. Die Entscheidung eines zufällig ausgewählten Passagiers für Menütyp, Speise und Getränk wird als Zufallsexperiment aufgefasst.

1.1 Bestimmen Sie unter Verwendung eines Baumdiagramms die Wahrscheinlichkeiten aller acht Elementarereignisse dieses Zufallsexperiments. 5

1.2.0 Gegeben seien folgende Ereignisse:

- E_1: „Ein Fluggast entscheidet sich für ein alkoholfreies Getränk."
- $E_2 = \{SFA; SF\overline{A}; \overline{S}VA; \overline{S}V\overline{A}\}$

1.2.1 Geben Sie E_1 in aufzählender Mengenschreibweise an und fassen Sie E_2 möglichst einfach in Worte. Prüfen Sie ferner E_1 und E_2 auf stochastische Unabhängigkeit. 5

1.2.2 Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit $P(E_1 \cup E_2)$. 2

1.2.3 Analysieren Sie den Fehler in der Rechnung $P(E_2) = \frac{4}{8} = 0{,}5$. 2

2.0 Von den in Aufgabe 1 beschriebenen Menüvarianten ist nur die vegetarische Kost ($\overline{S}$) mit einem alkoholfreien Getränk ($\overline{A}$) ohne Aufpreis erhältlich. Ein Standardmenü (S) kostet 3 € Aufpreis und für ein alkoholisches Getränk (A) wird ein Aufpreis von 2 € erhoben. Die Zufallsgröße X beschreibt den möglichen Aufpreis in €. Dann lautet die Wahrscheinlichkeitsverteilung von X:

x	0	2	3	5
$P(X = x)$	0,15	0,05	0,40	0,40

2.1 Begründen Sie die Richtigkeit der angegebenen Wahrscheinlichkeitsverteilung. 4

2.2 Berechnen Sie den durchschnittlich zu zahlenden Aufpreis sowie die Standardabweichung von X. 3

2.3 Stellen Sie die Wahrscheinlichkeitsverteilung von X in einem Histogramm dar und tragen Sie auch die Ergebnisse von 2.2 sinnvoll darin ein. 4

3.0 Im vollbesetzten Flugzeug sitzen 200 Fluggäste in 25 Reihen. In jeder Reihe sitzen gleich viele Passagiere. Nach 2.0 beträgt die Wahrscheinlichkeit, beim Menü keinen Aufpreis zahlen zu müssen, $p = 0{,}15$.

3.1 Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten folgender Ereignisse: 8

- E_3: „Mindestens 30 Fluggäste zahlen keinen Aufpreis."
- E_4: „Mehr als 25, aber höchstens 35 Fluggäste zahlen keinen Aufpreis."
- E_5: „In den ersten drei Reihen sitzt jeweils genau ein Fluggast, der keinen Aufpreis zahlt."
- E_6: „In der ersten Reihe zahlen nur die Fluggäste auf den beiden Fensterplätzen keinen Aufpreis."

3.2 TransAir vermutet, dass infolge des gestiegenen Gesundheitsbewusstseins in der Bevölkerung der Anteil der vegetarischen Antialkoholiker, also derjenigen, die keinen Aufpreis zahlen müssen, zugenommen hat (Gegenhypothese). Daher wird für das in 3.0 beschriebene Flugzeug ein Hypothesentest auf dem Signifikanzniveau von 5% vorgenommen.

3.2.1 Geben Sie die Nullhypothese sowie die Testgröße an und bestimmen Sie den größtmöglichen Ablehnungsbereich für die Nullhypothese. 5

3.2.2 Berechnen Sie, wie hoch der prozentuale Anteil der Fluggäste, die keinen Aufpreis zahlen, in diesem Flugzeug höchstens sein darf, damit die Nullhypothese nicht verworfen wird. 2

1.0 Gegeben ist die ganzrationale Funktion $f: x \mapsto \frac{1}{9}(-x^4 + 4x^3)$ mit der Definitionsmenge $\mathbb{D}_f = \mathbb{R}$. Der Graph der Funktion f wird mit G_f bezeichnet.

1.1 Bestimmen Sie die Nullstellen der Funktion f mit der jeweiligen Vielfachheit. 3

1.2 Ermitteln Sie die maximalen Monotonieintervalle der Funktion f sowie die Art und Koordinaten des Extrempunktes des Graphen G_f. 7

1.3 Bestimmen Sie die Gleichungen aller Wendetangenten an den Graphen G_f. 8

1.4 Zeichnen Sie den Graphen G_f unter Mitverwendung vorliegender Ergebnisse im Bereich $-1 \leq x \leq +4$ in ein kartesisches Koordinatensystem. Für weitere Teilaufgaben wird auf der y-Achse der Bereich $-3 \leq y \leq +3$ benötigt. 4
Als Maßstab für beide Achsen gilt: $1\ LE = 1\ cm$

2.0 Betrachtet wird weiter die quadratische Funktion p mit der Definitionsmenge $\mathbb{D}_p = \mathbb{R}$. Ihr Graph wird mit G_p bezeichnet.

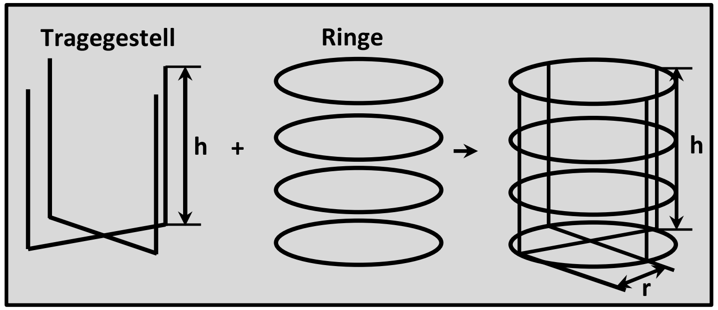
2.1 Die Parabel G_p berührt den Graphen G_f aus 1.0 im Punkt $B(+3| + 3)$ und verläuft durch den Koordinatenursprung. Bestimmen Sie $p(x)$ und zeichnen Sei die Parabel G_p im Bereich $-1 \leq x \leq +4$ in das vorhandene Koordinatensystem ein. 8
[mögliches Ergebnis: $p(x) = -\frac{1}{3}x^2 + 2x$]

2.2 Die Graphen G_f und G_p schließen im I. Quadranten des Koordinatensystems ein endliches Flächenstück ein. Markieren Sie dieses Flächenstück in Ihrer Zeichnung und berechnen Sie die Maßzahl seines Inhalts. 5

2.3 Berechnen Sie die Koordinaten desjenigen Schnittpunkts der Graphen G_f und G_p, der im III. Quadranten des Koordinatensystems liegt. 7

2.4 Bestimmen Sie die Steigungen der beiden Geraden durch den Punkt $T(+3| + 4)$, die den Graphen G_p berühren. 6

3.0 Ein Bastler möchte sich mithilfe folgender Bauanleitung das Grundgerüst für einen zylinderförmigen Abfallkorb mit Höhe h und Radius r aus Draht bauen. Alle Längen sind in Meter gemessen.



Für das Vorhaben kauft er sich Draht mit der Länge 6 m. Die Einzelteile werden selbst hergestellt und zusammengelötet. Die Dicke des Drahts ist zu vernachlässigen. Bei Berechnungen kann auf Einheiten verzichtet werden.

3.1 Bestimmen Sie die Maßzahl $V(r)$ des Volumens des Abfallkorbs in Abhängigkeit von r. 5
[mögliches Ergebnis: $V(r) = \pi(\frac{3}{2}r^2 - r^3 - 2\pi r^3)$]

3.2 Aus praktischen Gründen wird für die Funktion $V: r \mapsto V(r)$ als Definitionsmenge $\mathbb{D}_V = [+0,1; +0,2]$ gewählt. Berechnen Sie den Radius r des Abfallkorbs für den Fall, dass die Maßzahl des Volumens ihren absolut größten Wert annimmt. Runden Sie Ihr Ergebnis auf drei Nachkommastellen. 7

1.0 Gegeben ist die Funktion $f\colon x \mapsto \frac{1}{5}(x^4 - 8x^3 + 18x^2)$ mit der Definitionsmenge $\mathbb{D}_f = \mathbb{R}$. Der Graph wird mit G_f bezeichnet.

1.1 Untersuchen Sie das Symmetrieverhalten von G_f bezüglich des Koordinatensystems und geben Sie das Verhalten von $f(x)$ für $x \to -\infty$ und $x \to +\infty$ an. 3

1.2 Zeigen Sie, dass die Funktion f genau eine Nullstelle besitzt. Geben Sie diese mit Vielfachheit an. 3

1.3 Begründen Sie nur mithilfe der Ergebnisse aus 1.1 und 1.2, dass an der Stelle $x = 0$ ein relatives und zugleich absolutes Minimum von f vorliegen muss. 3

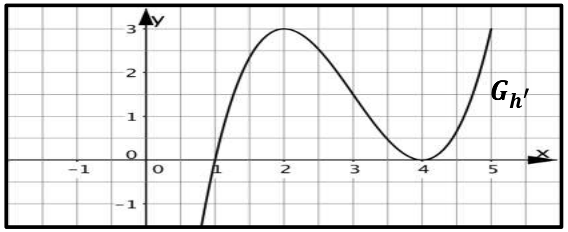
1.4 Zeigen Sie, dass an den Stellen $x = +1$ und $x = +3$ Wendestellen von f liegen. Ermitteln Sie auch die Koordinaten der zugehörigen Punkte und welcher der beiden Punkte ein Terrassenpunkt ist. 7

1.5 Die Wendepunkte aus Teilaufgabe 1.4 legen die Gerade G_g fest. Ermitteln Sie deren Gleichung. 3

1.6 Zeichnen Sie die Graphen G_f und G_g unter Mitverwendung vorliegender Ergebnisse im Bereich $-1 \leq x \leq +4{,}5$ in ein kartesisches Koordinatensystem. 5
Als Maßstab für beide Achsen gilt: $1\ LE = 1\ cm$

1.7 Die Graphen G_f und G_g schließen drei endliche Flächenstücke ein. Schraffieren Sie das mittlere Flächenstück in Ihrer Zeichnung von Aufgabe 1.6 und berechnen Sie die Maßzahl seines Flächeninhaltes. 5

2 Gegeben ist der Graph $G_{h'}$ der 1. Ableitung h' der Funktion h mit der Definitionsmenge $\mathbb{D}_h = \mathbb{R}$. 8



Bestätigen oder widerlegen Sie folgende Aussagen begründet:

a) G_h hat einen Tiefpunkt bei $x = +1$

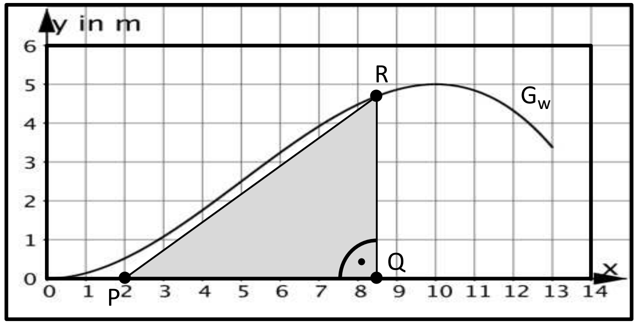
b) G_h hat einen Tiefpunkt bei $x = +4$

c) G_h hat einen Wendepunkt bei $x = +2$

d) Die Tangente an G_h in $x = +2$ verläuft parallel zur Geraden $y = 3x + 7$

3 Gegeben ist die reelle Funktion $k\colon x \mapsto \frac{1}{9}(x^4 - 2x^3)$ mit $x \in \mathbb{R}$. Geben Sie die maximalen Monotonieintervalle der Funktion k an und ermitteln Sie die Art und Koordinaten der relativen Extrempunkte des zugehörigen Graphen G_k. 9

4.0 Auf der Außenwand eines neuen Hallenbades soll dessen Logo, eine Welle, abgebildet werden. Der Architekt möchte ein großes Fenster in Form eines rechtwinkligen Dreiecks (siehe Skizze ΔPQR) innerhalb der Welle anbringen.



Das Fenster soll am Punkt $P(+2|0)$ beginnen. Seine Breite $|\overline{PQ}|$ soll mindestens 5 m und höchstens 10 m betragen. Der Punkt R soll auf der oberen Begrenzungs-linie (Graph G_w) der Welle liegen, welche durch die Funktion

$$w\colon x \mapsto -0{,}01x^3 + 0{,}15x^2$$

beschrieben wird. Bei Berechnungen kann auf Einheiten verzichtet werden.

4.1 Zeigen Sie, dass die Maßzahl A der Fläche des Fensters in Abhängigkeit von der x-Koordinate des Punktes Q durch die Funktionsgleichung 5

$$A(x) = 0{,}005(-x^4 + 17x^3 - 30x^2)$$

beschrieben wird, und geben Sie für die Funktion A einen Definitionsbereich $\mathbb{D}_A$ an, der den Vorgaben von 4.0 entspricht.

4.2 Der Architekt möchte das Hallenbad möglichst hell gestalten. Deshalb soll die Fläche des Fensters möglichst groß sein. Bestimmen Sie die x-Koordinate des Punktes Q, für welche die Maßzahl der Fläche A maximal wird. Berechnen Sie für diesen Fall die Breite, Höhe und Fläche des Fensters. Ermitteln Sie außerdem den prozentualen Anteil der Fensterfläche an der Logofläche, wenn diese 36 m^2 beträgt. Runden Sie Ihre Ergebnisse auf zwei Nachkommastellen. 9

Im Folgenden werden relative Häufigkeiten als Wahrscheinlichkeiten interpretiert.

1.0 Der Pizzalieferdienst „Happy-Pizza“ feiert sein 10-jähriges Firmenjubiläum und bietet dazu seine Pizzen in den Größen Klein (K), Normal (N) und XXL (X) zu besonders günstigen Preisen an. Ein Fünftel der Kunden entscheidet sich für die kleine Pizza und nur jeder zehnte Kunde für die XXL-Größe. Zu jeder Pizza kann man einen Salat (S) dazu bestellen. Unabhängig von der Wahl der Pizzagröße entscheiden sich 30% für den Salat. Um die XXL-Pizza stärker zu bewerben, bekommt man dazu gratis ein kleines Getränk (G) oder ein Dessert (D). Die Entscheidung für ein Dessert ist unabhängig davon, ob ein Salat bestellt wird. Es ist bekannt, dass 1% aller Kunden eine XXL-Pizza mit Salat und Dessert bestellen. Eine Pizza-Aktionsbestellung eines zufällig ausgewählten Kunden wird als Zufallsexperiment aufgefasst.

1.1 Ermitteln Sie mithilfe eines Baumdiagramms die Wahrscheinlichkeiten aller acht Elementarereignisse. 6

1.2 Es werden folgende Ereignisse definiert: 3

- E_1: „Ein Kunde erhält ein Gratisgetränk.“
- $E_2 = \{KS; NS; XSG; XSD\}$

Geben Sie E_1 in aufzählender Mengenschreibweise an, formulieren Sie E_2 möglichst einfach in Worten und geben Sie seine Wahrscheinlichkeit an.

2.0 Von den in 1.0 angegebenen Bestellvarianten kostet die kleine Pizza 5 €, die Pizza in Normalgröße 7 € und die XXL-Variante 10 €. Ein Salat kostet 3 €. Die Zufallsgröße X beschreibt die Kosten pro Bestellung.

2.1 Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Zufallsgröße X und stellen Sie diese geeignet grafisch dar. 6

2.2 Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass die Kosten pro Bestellung innerhalb der einfachen Standardabweichung um den Erwartungswert liegen. 5

3 Nach 1.0 beträgt die Wahrscheinlichkeit $p = 0{,}1$, dass eine XXL-Pizza bestellt wird. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten, dass bei 50 Bestellungen: 5

- E_3: „genau 40 Kunden keine XXL-Pizza bestellen“
- E_4: „mehr als 5 Kunden eine XXL-Pizza bestellen“
- E_5: „mindestens 2, aber höchstens 8 Personen eine XXL-Pizza bestellen“

4 Marlene, Martin, Max, Michael und Moritz wählen jeweils ihre Lieblingspizza und bestellen gemeinsam bei „Happy-Pizza“. Nach der Lieferung der 5 unterschiedlichen Pizzen sucht sich zunächst Marlene ihre vegetarische Pizza heraus. Anschließend wählen die vier Jungs nacheinander zufällig einen der übrigen, noch geschlossenen Pizzakartons aus. Berechnen Sie, mit welcher Wahrscheinlichkeit alle ihre bestellte Pizza erhalten. 2

5.0 Der Organisator der Werbeaktion aus 1.0 vermutet, dass aufgrund der Aktion mehr als 10% XXL-Pizzen verkauft werden (Gegenhypothese). Zur Überprüfung der Vermutung wird ein Hypothesentest durchgeführt, der auf den nächsten 100 Pizzabestellungen beruht.

5.1 Geben Sie zu diesem Test die Testgröße und die Nullhypothese an und bestimmen Sie auf dem 5%-Niveau den größtmöglichen Ablehnungsbereich der Nullhypothese. 5

5.2 Erklären Sie, worin bei diesem Test der Fehler 2. Art besteht. 2

6.0 Ein anderer Pizzalieferdienst bietet neben Pizzen auch noch Nudelgerichte (N) an. Aus Erfahrung weiß man, dass 28% aller Kunden Nudelgerichte (N) bestellen, die restlichen eine Pizza ($\overline{N}$). Bei 3 von 10 Bestellungen wird zusätzlich Salat (S) geordert und bei der Hälfte aller Bestellungen lediglich eine Pizza.

6.1 Bestimmen Sie mithilfe einer vollständigen Vierfeldertafel die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein zufällig ausgewählter Kunde eine Pizza ($\overline{N}$) mit Salat (S) bestellt. 3

6.2 Zeigen Sie, dass für die Ereignisse N und S gilt: 3

$$P(N \cap S) \neq P(N) \cdot P(S)$$

Deuten Sie außerdem das Ergebnis.

2019 SI (mit Hilfsmittel)

Im Folgenden werden relative Häufigkeiten als Wahrscheinlichkeiten interpretiert.

1.0 Bei einem internationalen Fußballwettbewerb überlegt der Veranstalter schon im Vorfeld, aus welchen Gruppen sich die Besucher in den Stadien zusammensetzen. Man rechnet mit 60% fanatischen Anhängern (F) der jeweiligen Mannschaften. Die restlichen Besucher sind neutral (N). Die Hälfte aller Personen in den Stadien wird wohl Alkohol trinken (A). Ohne Alkoholgenuss geht man bei 2% der Besucher von einer gewissen Gewaltbereitschaft (G) aus. Durch Alkoholgenuss verfünffacht sich diese Wahrscheinlichkeit. Zu welcher der verschiedenen Kategorien eine beliebig herausgegriffene Person im Stadion zählt, wird als Zufallsexperiment aufgefasst.

1.1 Ermitteln Sie mithilfe eines Baumdiagramms die Wahrscheinlichkeiten aller acht Elementarereignisse. 5

1.2 Es werden die folgenden Ereignisse definiert: 5

- E_1: „Ein zufällig ausgewählter Besucher trinkt keinen Alkohol.“
- E_2: „Die Person ist fanatisch und friedlich oder neutral und gewaltbereit.“

Geben Sie diese Ereignisse in aufzählender Mengenschreibweise an und prüfen Sie sie auf stochastische Unabhängigkeit.

1.3 Geben Sie in Mengenschreibweise ein Ereignis E_3 an, das unvereinbar mit E_1 ist und dessen Wahrscheinlichkeit 42% von $P(E_1)$ beträgt. 2

2 Während der gesamten Spiele sind 400 Fußballer im Einsatz. 80% von ihnen werden erfahrungsgemäß in Zweikämpfen in regelwidrigen Körperkontakt mit dem Gegner kommen (K). 180 Spieler bekommen eine gelbe Karte als Verwarnung (V), zwei Drittel davon im Zusammenhang mit einem unerlaubten Körperkontakt. Stellen Sie für den beschriebenen Sachverhalt eine vollständige Vierfeldertafel auf, bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit des Ereignisses 5

$$E_4 = \overline{K \cup \overline{V}}$$

und interpretieren Sie E4 im Sinne der vorliegenden Thematik.

3.0 Die Zufallsgröße X gibt die Tordifferenz bei den Spielerergebnissen im Turnier an. Unter Vernachlässigung von Tordifferenzen größer als fünf ergibt sich mit den Parametern $a, b \in \mathbb{R}$ folgende Wahrscheinlichkeitsverteilung:

x	0	1	2	3	4	5
$P(X = x)$	0,5	2b	a	$5b - 0{,}4$	$2a - 0{,}24$	0,02

3.1 Berechnen Sie die Parameter a und b, wenn $P(X \leq 2) = 0{,}84$ gilt, und stellen Sie die Wahrscheinlichkeitsverteilung in einem Histogramm dar. 7
[Teilergebnis: $a = 0{,}14$]

3.2 Berechnen Sie mit den Werten für a und b aus Aufgabe 3.1, mit welcher Wahrscheinlichkeit die Zufallswerte von X innerhalb der einfachen Standardabweichung um den Erwartungswert liegen. 5

4 Beim Elfmeterschießen erzielen die Spieler mit einer Wahrscheinlichkeit von $p = 0{,}75$ tatsächlich ein Tor. Es werden nun 10 Elfmeter betrachtet. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten folgender Ereignisse: 4

- E_5: „Mehr als drei, aber weniger als acht Schützen erzielen ein Tor.“
- E_6: „Nur die ersten vier oder nur die letzten vier Elfmeter ergeben ein Tor.“

5.0 Die Fehlerquote bei Entscheidungen der eingesetzten Schiedsrichter soll höchstens 12,5% betragen. Bei einem der jüngeren Schiedsrichter vermutet man aber einen höheren Anteil (Gegenhypothese). In nächster Zeit werden deshalb 200 seiner Entscheidungen auf Fehler hin untersucht.

5.1 Geben Sie zu diesem Test Testgröße und Nullhypothese an und ermitteln Sie den größtmöglichen Ablehnungsbereich der Nullhypothese auf dem 5%-Niveau. 5

5.2 Erläutern Sie im Sachzusammenhang, worin bei diesem Test der Fehler 2. Art besteht. 2

1.0 Der zum Ursprung eines kartesischen Koordinatensystems punktsymmetrische Graph G_f einer ganzrationalen Funktion f dritten Grades mit der Definitions-menge $\mathbb{D}_f = \mathbb{R}$ besitzt einen lokalen Tiefpunkt an der Stelle $x = -2$.

1.1 Skizzieren Sie mithilfe der oben genannten Eigenschaften von f einen möglichen Graphen dieser Funktion und geben Sie das Verhalten der Funktionswerte $f(x)$ für $x \to -\infty$ und $x \to +\infty$ an. 3

1.2 Beschreiben Sie den Verlauf des Graphen $G_{f'}$ der ersten Ableitungsfunktion f' mit Worten. Geben Sie dabei insbesondere die Nullstellen der Funktion f', die Lage des Extrempunktes und das Symmetrieverhalten des Graphen $G_{f'}$ an. 4

2 Lösen Sie die beiden folgenden Gleichungen über der Grundmenge der reellen Zahlen. 6

a) $3x^4 - 12x^2 = 0$

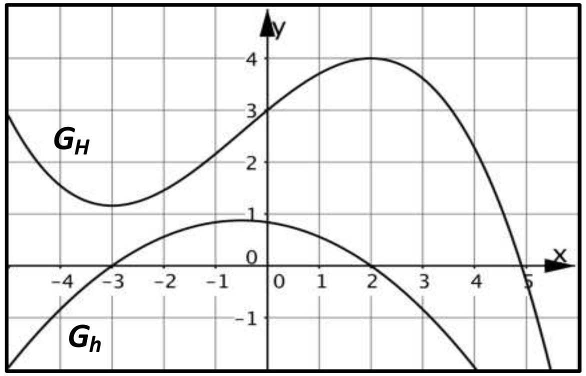
b) $e^{x^2} = e^{2x-1}$

3.0 Gegeben ist die Funktion $g: x \to e^{0{,}25x} - e^{-0{,}25x}$ mit Definitionsmenge $\mathbb{D}_g = \mathbb{R}$. Ihr Graph in einem kartesischen Koordinatensystem wird mit G_g bezeichnet.

3.1 Untersuchen Sie das Symmetrieverhalten des Graphen der Funktion g zum Koordinatensystem und geben Sie $\int_{-2}^{+2} g(x)\,dx$ an. 3

3.2 Ermitteln Sie die Gleichung der Tangente an den Graphen der Funktion g an der Stelle $x = 0$. 3

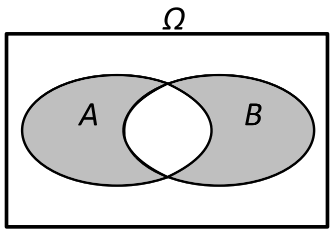
4 In der folgenden Abbildung sind ein Ausschnitt des Graphen der Funktion h und der entsprechende Ausschnitt des Graphen einer Stammfunktion H von h dargestellt. Entnehmen Sie der Abbildung den Wert der Differenz $H(2) - H(0)$ und interpretieren Sie diesen Wert bezüglich des Graphen von h geometrisch. 3



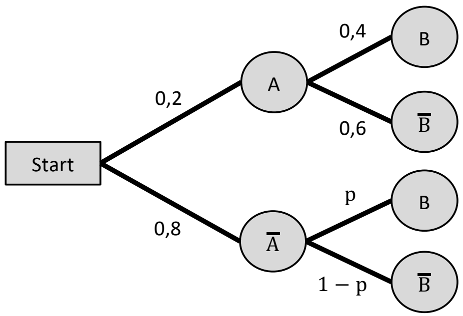
2020 A (ohne Hilfsmittel)

Im Folgenden werden relative Häufigkeiten als Wahrscheinlichkeiten interpretiert.

1 A und B sind zwei beliebige vereinbare Ereignisse von Ω. Geben Sie das in nebenstehendem Venn-Diagramm grau unterlegte Ereignis E_1 in möglichst einfacher Symbolschreibweise an und veranschaulichen Sie das Ereignis $E_2 = \overline{A \cap \overline{B}}$ in einem Venn-Diagramm. 3



2.0 Folgendes Baumdiagramm stellt die Ergebnisse eines zweistufigen Zufallsexperiments dar. Dabei gilt: $p \in \mathbb{R}$ und $0 \leq p \leq 1$.



2.1 Bestimmen Sie den Wert von p so, dass für die Wahrscheinlichkeit des Ereignisses B gilt: $P(B) = 0{,}24$. 2

2.2 Das zweistufige Zufallsexperiment ist ein Gewinnspiel, bei dem man nur gewinnt, wenn das Ereignis $\overline{A} \cap \overline{B}$ eintritt. Interpretieren Sie folgende Gleichung im Sachzusammenhang: $\left(0{,}8 \cdot (1-p)\right)^3 = 0{,}001$ 2

3 Auf einem Schulfest wird als Gewinnspiel Dosenwerfen angeboten. Aus den Vorjahren weiß man, dass nur 10% der Teilnehmer es schaffen, alle Dosen abzuräumen und somit einen Gewinn zu erhalten. Betrachtet werden nun sieben zufällig ausgewählte aufeinanderfolgende Teilnehmer. Geben Sie jeweils einen Term an, mit dem die Wahrscheinlichkeit folgender Ereignisse berechnet werden kann: 5

- E_1: „Die letzten beiden Teilnehmer gewinnen.“
- E_2: „Gewinner und Verlierer wechseln sich ab.“
- E_3: „Genau drei Teilnehmer gewinnen und diese folgen aufeinander.“

1.0 Für eine ganzrationale Funktion f dritten Grades mit der Definitionsmenge $\mathbb{D}_f = \mathbb{R}$ gelten folgende Gleichungen:

I. $f(0) = 0$

II. $f'(0) = 0$

III. $f(-3) = -3$

IV. $f'(-3) = -1$

Der zugehörige Graph in einem kartesischen Koordinatensystem wird mit G_f bezeichnet.

1.1 Beschreiben Sie in Worten, welche Eigenschaften der Graph von f aufgrund obiger Gleichungen hat. 2

1.2 Bestimmen Sie die Funktionsgleichung von f. 5

[mögliches Ergebnis: $f(x) = -\frac{1}{3}x^3 - \frac{4}{3}x^2$]

1.3.0 Im Folgenden wird die Funktion g mit $g(x) = f(x)$ und der im Vergleich zu $\mathbb{D}_f$ eingeschränkten Definitionsmenge $\mathbb{D}_g = [-4{,}5; +1]$ betrachtet. Ihr Graph in einem kartesischen Koordinatensystem wird mit G_g bezeichnet.

1.3.1 Ermitteln Sie die Wertemenge $\mathbb{W}_g$ der Funktion g. Bestimmen Sie dazu die Koordinaten sämtlicher Extrempunkte. 8

1.3.2 Ermitteln Sie die Koordinaten des Wendepunktes des Graphen der Funktion g. 3

1.3.3 Zeichnen Sie unter Verwendung aller bisherigen Ergebnisse den Graphen G_g in ein geeignetes kartesisches Koordinatensystem. Ermitteln Sie dazu die Nullstellen der Funktion g. Als Maßstab gilt für beide Achsen: $1\ LE = 1\ cm$ 5

1.3.4 Der Graph der Funktion g und die x-Achse schließen im III. Quadranten des Koordinatensystems ein endliches Flächenstück ein. Berechnen Sie die Maßzahl des Flächeninhalts dieses Flächenstücks. 3

2.0 Der Verlauf der Anzahl der Neuerkrankungen für eine bestimmte Grippewelle in einer gewissen Region in Abhängigkeit von der Zeit kann vereinfacht durch die Funktion N mit der Funktionsgleichung $N(t) = 2t^2 \cdot e^{-0{,}5t}$ mit $t \in \mathbb{R}_0^+$ beschrieben werden. Dabei bedeutet die Variable t die Zeit in Wochen ab Beginn der Grippewelle zum Zeitpunkt $t_0 = 0$. Der Funktionswert $N(t)$ gibt die Anzahl der an Grippe neu erkrankten Menschen in Tausend an. Auf das Mitführen von Einheiten während der Rechnungen kann verzichtet werden. Runden Sie Ihre Ergebnisse sinnvoll.

2.1 Berechnen Sie, zu welchem Zeitpunkt t_{max} die Zahl der neu erkrankten Menschen ihr Maximum annimmt, und berechnen Sie diese maximale Anzahl. 7

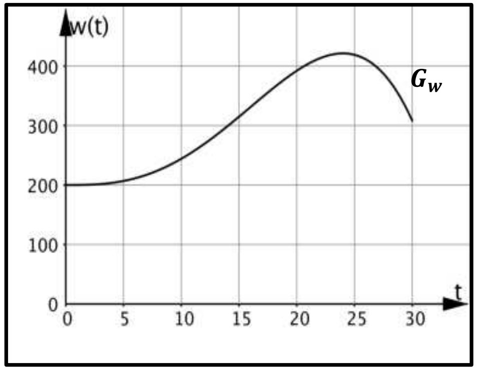
[Teilergebnis: $N'(t) = (4t - t^2) \cdot e^{-0{,}5t}$]

2.2 Ermitteln Sie das Verhalten der Funktionswerte $N(t)$ für $t \to \infty$ und interpretieren Sie das Ergebnis im Sinne der vorliegenden Thematik. 2

2.3 Zeichen Sie unter Verwendung aller bisherigen Ergebnisse und weiterer geeigneter Funktionswerte den Graphen der Funktion N im Bereich $0 \leq t \leq 10$ in ein geeignetes beschriftetes Koordinatensystem. Als Maßstab gilt für beide Achsen: $1\ LE = 1\ cm$ 3

2.4 Gegeben ist die Funktion $G: t \mapsto (-4t^2 - 16t - 32) \cdot e^{-0{,}5t}$ mit der Definitionsmenge $\mathbb{D}_G = \mathbb{R}_0^+$. Zeigen Sie, dass die Funktion G eine mögliche Stammfunktion von N ist. Berechnen Sie damit die durchschnittliche Anzahl an neu erkrankten Menschen während der ersten acht Wochen ab Beginn der Grippewelle. 5

1.0 Das Landesamt für Umwelt ist unter anderem dafür zuständig, vor Überflutungen durch Flüsse zu warnen, und lässt dazu täglich kontinuierlich die Wasserstände diverser Flüsse überprüfen. Der Wasserstand eines bestimmten Flusses im März des Jahres 2010 kann vereinfacht durch die Funktion w mit der Funktionsgleichung $w(t) = at^4 + bt^3 + c$ mit geeigneten Werten $a, b, c \in \mathbb{R}$ und der Definitionsmenge $\mathbb{D}_w = [0; 30]$ beschrieben werden. Dabei bedeutet die Variable t die Zeit in Tagen ab Monatsbeginn zum Zeitpunkt $t_0 = 0$. Der Funktionswert $w(t)$ gibt den Wasserstand des Flusses in cm an. Zu Monatsbeginn lag der Wasserstand bei 200 cm und am Monatsende bei 308 cm. Der höchste Wasserstand wurde am 25. März – also zum Zeitpunkt $t_{max} = 24$ – gemessen. Der abgebildete Graph zeigt den Wasserstand $w(t)$ in Abhängigkeit von der Zeit t. Auf das Mitführen von Einheiten während der Rechnungen kann verzichtet werden. Runden Sie Ihre Ergebnisse – falls nicht anders gefordert – sinnvoll.



1.1 Bestimmen Sie die Werte der Parameter a, b und c und damit die zugehörige Funktionsgleichung von w. 6

$$\left[\text{mögliches Ergebnis: } w(t) = -\frac{1}{500}(t^4 - 32t^3 - 100.000)\right]$$

1.2 Berechnen Sie den höchsten Pegel im Beobachtungszeitraum zentimetergenau. 2

1.3 Ermitteln Sie rechnerisch das Datum im Beobachtungszeitraum, an dem die Änderungsgeschwindigkeit des Pegelstandes am größten war. 6

1.4 Berechnen Sie $\frac{1}{30}\int_0^{30} w(t)\,dt$ und interpretieren Sie das Ergebnis im Sinne der vorliegenden Thematik. 3

2.0 Gegeben ist die Funktion $f: x \mapsto x^2 \cdot e^{-x}$ mit der Definitionsmenge $\mathbb{D}_f = \mathbb{R}$.

2.1 Geben Sie die Nullstelle der Funktion f an und untersuchen Sie das Verhalten der Funktionswerte $f(x)$ für $x \to -\infty$ und $x \to +\infty$. 4

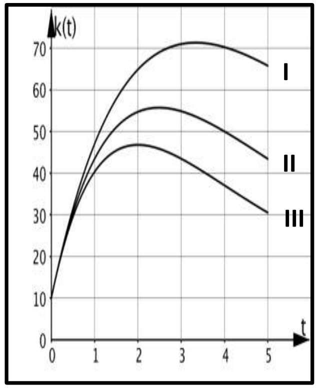
2.2 Bestimmen Sie die maximalen Intervalle, in denen der Graph der Funktion f streng monoton steigt bzw. streng monoton fällt, und damit die Art und Koordinaten der relativen Extrempunkte des Graphen von f. 8

2.3 Zeichnen Sie den Graphen der Funktion f unter Verwendung aller bisherigen Ergebnisse im Bereich $-1 \le x \le 6$ in ein geeignetes Koordinatensystem. 3
Als Maßstab für beide Achsen gilt: $1\,LE = 1\,cm$.

3.0 Der Bestand einer Bakterienkultur, der kontinuierlich Gift zugeführt wird, kann in den ersten fünf Stunden näherungsweise durch eine Funktion des folgenden Typs beschrieben werden:

$$k: t \mapsto 50t \cdot e^{-at} + 10 \text{ mit } t \in [0; 5]$$

Dabei gibt t die seit Beginn der Giftzugabe zum Zeitpunkt $t_0 = 0$ vergangene Zeit in Stunden an. Der Funktionswert $k(t)$ gibt die Anzahl der Bakterien in Tausend an. Je nach Wirksamkeit des Gifts ist a eine dem Gift entsprechende positive reelle Zahl. Auf das Mitführen von Einheiten während der Rechnungen wird verzichtet. Runden Sie Ihre Ergebnisse sinnvoll. Nebenstehende Abbildung zeigt drei Ausschnitte von Graphen der Funktion k für drei verschiedene Werte für a.



Graph I gilt für $a_1 = 0{,}3$ mit $k_I(t) = 50t \cdot e^{-0{,}3t} + 10$
Graph II gilt für $0{,}3 < a_2 < 0{,}5$ mit $k_{II}(t) = 50t \cdot e^{-a_2 t} + 10$
Graph III gilt für $a_3 = 0{,}5$ mit $k_{III}(t) = 50t \cdot e^{-0{,}5t} + 10$

3.1 Berechnen Sie für $t_1 = 0$ und $t_2 = 2$ den Quotienten $\frac{k_{III}(t_2) - k_{III}(t_1)}{t_2 - t_1}$ und interpretieren Sie das Ergebnis im Sachzusammenhang. 3

3.2 Überprüfen Sie bei der Funktion k_{III} rechnerisch, ob vier Stunden nach Beginn der Giftzugabe die momentane Abnahmerate der Anzahl der Bakterien ca. 113 Bakterien pro Minute beträgt. 3

3.3 Entnehmen Sie der Abbildung ein geeignetes Wertepaar von Graph II und berechnen Sie damit den Wert a_2 für den Funktionsterm $k_{II}(t)$. Folgern Sie aus den Angaben und dem berechneten Wert für a_2, wie die Größe von a mit der Wirksamkeit des Gifts zusammenhängt. 5

Im Folgenden werden relative Häufigkeiten als Wahrscheinlichkeiten interpretiert.

1.0 Ein großer Bergbauernhof bietet seinen Gästen während ihres Urlaubsaufenthalts verschiedene Möglichkeiten an, das Leben auf dem Land zu genießen. Erfahrungsgemäß entscheiden sich die Hälfte aller Gäste auf einer der einsamen Hütten (H) zur Ruhe zu kommen, 30 % verbringen ihren Aufenthalt im gemütlichen Stadl (S) und die übrigen Besucher übernachten im Bauernhaus (B). Bei der Anreise hat jeder Gast die Wahl, den steilen Weg bis zum Feriendomizil zu Fuß zurückzulegen ($\overline{T}$) oder sich von einem Traktorshuttle (T) nach oben befördern zu lassen. Von den Hüttenbewohnern nutzen nur ein Viertel diesen Service, bei den Stadlgästen sind es die Hälfte und von den Gästen im Bauernhaus erklimmt keiner zu Fuß den Berg. Für Stadlgäste und Gäste des Bauernhauses besteht zusätzlich die Möglichkeit, ein Frühstück (F) dazu zu buchen. Jeweils ein Fünftel dieser Gäste nutzen dieses Angebot nicht, unabhängig davon, ob der Shuttleservice in Anspruch genommen wird oder nicht. Hüttenbewohner können kein Frühstück buchen. Die Befragung eines zufällig ausgewählten Gastes nach seinen getätigten Buchungen wird als Zufallsexperiment aufgefasst.

1.1 Bestimmen Sie unter Verwendung eines Baumdiagramms die Wahrscheinlichkeiten aller Elementarereignisse des betrachteten Zufallsexperiments. 4

1.2 Gegeben sind folgende Ereignisse: 4

- E_1: „Ein Gast entscheidet sich gegen den Aufstieg zum Bergbauernhof."
- $E_2 = \{STF; S\overline{T}F; BTF\}$

Geben Sie E_1 in aufzählender Mengenschreibweise an und berechnen Sie $P(E_1)$. Fassen Sie E_2 möglichst einfach in Worte und untersuchen Sie E_1 und E_2 auf Unvereinbarkeit.

2.0 Für Kinder gibt es auf dem Bauernhof spezielle Angebote, die stetig der Nachfrage angepasst werden sollen. Derzeit stehen Ponys (P) zur Pferdepflege und für kleine Ausritte zur Verfügung. Ebenso besteht die Möglichkeit zur Mithilfe im Kuh- und Kälberstall (S). Aus dem Vorjahr ist bekannt, dass sich von 400 Kindern 108 für die Arbeit im Stall und 250 für die Ponys begeisterten, wobei 20 % dieser Ponyinteressierten auch von der Mithilfe im Stall nicht genug bekommen konnten.

2.1 Berechnen Sie, für wie viel Prozent der Kinder ein Alternativangebot ohne Tierkontakt wünschenswert wäre. 3

2.2 Ermitteln Sie, ob die Mithilfe im Stall bei den Ponyinteressierten beliebter ist als bei denen, die sich nicht für Ponys begeistern. 2

3.0 Nachdem beim Besitzer des Bergbauernhofs im vorletzten Jahr immer wieder Anfragen nach Freizeitaktivitäten für Erwachsene eingingen, bietet er seit letztem Jahr auch die in folgender Preisliste aufgeführten Erlebnisse an:

Preisliste für Erlebnisse

Melkkurs..	*12 €*
geführte Wanderung...	*8 €*
bayerischer Kochkurs..	*22 €*

☺ 10% Rabatt auf den Gesamtpreis bei Buchung der geführten Wanderung in Kombination mit dem Kochkurs! ☺

Die Gäste zeigen erfahrungsgemäß folgendes Wahlverhalten:

nur Melkkurs	nur Kochkurs	nur geführte Wanderung	Kochkurs und geführte Wanderung	kein Erlebnis
15%	22%	18%	10%	35%

Andere Kombinationen von Erlebnissen wurden nicht gewählt.

3.1 Ermitteln Sie die zu erwartenden Einnahmen des Bergbauernhofs durch das Erlebnisangebot für das aktuelle Jahr, wenn mit 900 erwachsenen Gästen für dieses Jahr gerechnet wird. 2

3.2 Da es für einzelne Erlebnisse für die zeitgleich anwesenden Urlaubsgäste Teilnehmerbegrenzungen gibt, interessiert sich der Landwirt für die Wahrscheinlichkeiten der folgenden Ereignisse: 3

- E_3: „Von 25 Gästen wählen genau acht nur die geführte Wanderung."
- E_4: „Von 25 Gästen wählen mindestens vier und weniger als neun den Melkkurs."

Bestimmen Sie die zughörigen Wahrscheinlichkeiten.

4 Aufgrund der steigenden Nachfrage nach „Urlaub auf dem Bauernhof" überlegt der Besitzer des Bergbauernhofs zusätzlich ein besonderes Erlebnis, Übernachtungen im Freien auf einem gemütlichen Heuwagen, anzubieten. Ein befreundeter Bauernhofbesitzer behauptet basierend auf seinen Erfahrungen, dass höchstens 30 % der Gäste dieses Angebot in Anspruch nehmen. Dennoch ist der Besitzer des Bergbauernhofs der festen Überzeugung, dass Übernachtungen im Freien ein neuer Trend sind, und schätzt die Nachfrage deutlich höher ein (Gegenhypothese). Um dies zu überprüfen, befragt er 200 seiner Gäste. Entwickeln Sie für den Bauern einen geeigneten Hypothesentest auf einem Signifikanzniveau von 5 % und geben Sie an, ob der Behauptung des befreundeten Bauern auf Basis des Tests zugestimmt werden kann, wenn sich 131 Befragte gegen eine Übernachtung im Freien aussprechen. 5

Im Folgenden werden relative Häufigkeiten als Wahrscheinlichkeiten interpretiert.

1.0 Nachfolgende finden Sie einen Auszug aus der Preisliste eines Friseursalons:

Damen		***Herren***	
Schnitt	*16,00 €*	*Schnitt*	*12,00 €*
Waschen, Schneiden	*23,00 €*	*Waschen, Schneiden*	*18,50 €*
Waschen, Schneiden, Föhnen	*34,50 €*	***Koloration***	
Waschen, Föhnen	*18,50 €*	*Farbe*	*26,50 €*
5% Rabatt auf Komplettpaket → Waschen, Schneiden, Färben und Föhnen!			

In einer groß angelegten Umfrage unter den weiblichen Kunden des Salons wurde festgestellt, wie häufig zum Haareschneiden (S) die Zusatzleistungen Waschen (W), Föhnen (F) und Kolorieren (K) gewünscht werden. Folgende Tabelle gibt die Wahrscheinlichkeiten für die Wahl von Dienstleistungen an. In dieser ist berücksichtigt, dass zum Kolorieren die Zusatzleistung Waschen gewählt werden muss und Föhnen nur in Kombination mit Waschen gewählt werden kann.

ω	S	WS	WSF	WSK	WSKF
$P(\{\omega\})$	0,15	0,20	0,35	0,06	0,24

1.1 Zur Planung der Terminvergabe und des Einkaufs von Haarfärbemitteln und Pflegeprodukten sind die Wahrscheinlichkeiten folgender Ereignisse von Interesse. 5

- E_1: „Von 15 zufällig ausgewählten Kundinnen wählen genau fünf nur höchstens eine Zusatzleistung.“
- E_2: „Von 15 zufällig ausgewählten Kundinnen entscheiden sich mehr als 40% für eine Koloration.“

Berechnen Sie die zugehörigen Wahrscheinlichkeiten.

1.2.0 Die Zufallsgröße X gibt den Betrag in Euro an, den eine Kundin für die gewählten Dienstleistungen bei einem Besuch im Friseursalon bezahlt.

1.2.1 Erstellen Sie mithilfe der Preisliste eine vollständige Wahrscheinlichkeitsverteilung der Zufallsgröße X. Berechnen Sie den Erwartungswert der Zufallsgröße X und interpretieren Sie ihn im Sachzusammenhang. Runden Sie Ihre Ergebnisse gegebenenfalls auf ganze Cent. 5

1.2.2 Der Friseursalon hat pro Monat (u. a. für Wasser, Strom, Gehaltszahlungen und Miete) Ausgaben in Höhe von 7.500 € pro Tag ist durchschnittlich mit 15 Kundinnen und 8 Kunden zu rechnen. Letztere bezahlen im Durchschnitt 14,50 € beim Verlassen des Friseursalons. Entscheiden Sie durch Rechnung unter Berücksichtigung der Ergebnisse von Aufgabe 1.2.1, ob die Inhaberin die Preise erhöhen sollte, wenn ein monatlicher Gewinn von 6.500 € erzielt werden soll. Ein Monat hat durchschnittlich 21 Arbeitstage. 2

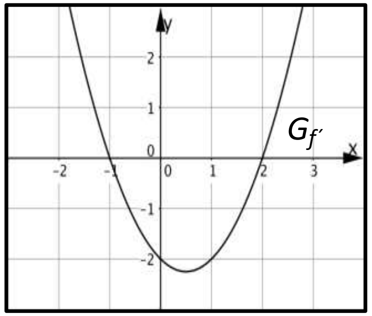
2 Das Haarefärben ist sowohl bei Erwachsenen als auch bei Jugendlichen sehr beliebt. Um ihre Zeitplanung zu optimieren, führt die Salonbesitzerin eine Strichliste, in der sie das Alter aller Kunden sowie deren Wunsch nach Farbe vermerkt. Unter 200 Kunden waren 140 Erwachsene (E). Insgesamt ließen sich 55 Kunden die Haare färben (F). 40 Kunden waren Jugendliche, die sich gegen eine Koloration entschieden. Untersuchen Sie, bei welcher Altersgruppe das Haarefärben beliebter ist. 4

3.0 Seit mehreren Jahren bezieht die Salonbetreiberin ihre Pflegeprodukte von einem Hersteller, der bekannt ist für die gute Qualität seiner Produkte und damit wirbt, dass höchstens 5 % der Kunden und Kundinnen diese „nicht vertragen“. Aufgrund zahlreicher Kundenbeschwerden vermutet die Inhaberin, dass dieser Anteil gestiegen ist (Gegenhypothese). Um dies zu überprüfen, soll ein Signifikanztest auf einem Signifikanzniveau von 2 % durchgeführt werden. Dazu werden insgesamt 100 Kunden und Kundinnen, bei denen die Pflegeprodukte bereits verwendet wurden, befragt.

3.1 Geben Sie für diesen Test die Testgröße sowie die Nullhypothese an. Berechnen Sie ferner den größtmöglichen Ablehnungsbereich der Nullhypothese. Erklären Sie außerdem, welche Entscheidung der Test nahe legt, wenn sich insgesamt 9 Kunden und Kundinnen beschweren. 5

3.2 Berechnen Sie für diesen Test die Wahrscheinlichkeit des Fehlers 2. Art, wenn tatsächlich 10 % der Kunden und Kundinnen die Pflegeprodukte des Herstellers „nicht vertragen“. Deuten Sie die Wahrscheinlichkeit des Fehlers 2. Art im Sachzusammenhang. 2

1.0 In der Abbildung sehen Sie ausschnittsweise eine Parabel. Diese ist der Graph der Ableitungsfunktion f' der Funktion f mit der Definitionsmenge $\mathbb{D}_f = \mathbb{R}$.



1.1 Leiten Sie nachvollziehbar die Lage und Art der lokalen Extremstellen von f aus dem Verlauf des Graphen der Ableitungsfunktion f' ab. Begründen Sie, weshalb die relativen Extrempunkte des Graphen von f nicht absolut sein können. 5

1.2 Bestimmen Sie anhand des Graphen $G_{f'}$ die Lage der Wendestelle von f und entscheiden Sie begründet, ob die Wendetangente des Graphen der Funktion f steigt oder fällt. 3

2 Eine ganzrationale Funktion h dritten Grades mit der Definitionsmenge $\mathbb{D}_h = \mathbb{R}$ besitzt die zugehörige erste Ableitungsfunktion mit der Funktionsgleichung 5

$$h'(x) = x^2 + 1$$

Skizzieren Sie den Graphen der Funktion h' und begründen Sie damit, dass der Graph der Funktion h genau eine Nullstelle besitzt. Geben Sie außerdem einen möglichen Funktionsterm für h an.

3.0 Im Folgenden sind zwei Gleichungen gegeben. Lösen Sie die erste Gleichung und zeigen Sie die Unlösbarkeit der zweiten Gleichung.

3.1 $2x^4 - 18x^2 = 0$ 3

3.2 $e^{x+1} + e^{x-1} = 0$ 2

4 Eine ganzrationale Funktion g habe höchstens den Grad fünf. Die Tabelle zeigt das Krümmungsverhalten des Graphen G_g. 4

$x \in$	$]-\infty; +1]$	$[+1; +4]$	$[+4; +\infty[$
G_g	linksgekrümmt	rechtsgekrümmt	linksgekrümmt

Geben Sie die Wendestellen der Funktion g an und argumentieren Sie, welchen Grad g nur haben kann.

2021 A (ohne Hilfsmittel)

1 Eine Gemeinde in den Bergen ist ein beliebtes Reiseziel bei Winterurlaubern. Als Wintersportaktivitäten stehen Skifahren (S), Schneeschuhwandern (W) und Rodeln (R) zur Auswahl. Erfahrungsgemäß fahren drei Viertel der Urlauber Ski. Nur ein Drittel der Skifahrer nutzen auch das Angebot zum Schneeschuhwandern, unter den Nicht-Skifahrern unternehmen 80 % Schneeschuhwanderungen. Unabhängig von der Entscheidung für Skifahren oder Schneeschuhwandern geht jeder vierte Winterurlauber auch rodeln. Die Wahl der Wintersportaktivitäten eines beliebig herausgegriffenen Urlaubers wird als Zufallsexperiment aufgefasst. Geben Sie einen Term an, mit dem die Wahrscheinlichkeit berechnet werden kann, dass ein Urlauber genau zwei der Wintersportaktivitäten nachgeht. Zeichnen Sie dazu ein Baumdiagramm. 4

2 Beim Kauf einer Liftkarte erhalten Personen, die Übernachtungsgäste in einem Hotel oder einer Pension vor Ort sind, einen Rabatt von 5%. Erfahrungsgemäß ist dies bei 60% aller Liftkartenkäufer der Fall. Kurz bevor der Lift in Betrieb geht, stehen an einer schon offenen Kasse bereits 15 Personen an. Interpretieren Sie folgenden Term im Sachzusammenhang: 2

$$12 \cdot 0{,}6^4 \cdot 0{,}4^{11}$$

3.0 Um die Schneesicherheit zu erhöhen, wird im Skigebiet zwischen den Gemeinden Oberdorf (O) und Unterdorf ($\overline{O}$) darüber diskutiert, ob eine Beschneiungsanlage gebaut werden soll. Um sich einen Überblick zu verschaffen, wie die Einwohner zu diesem Vorhaben eingestellt sind, wird eine Umfrage durchgeführt. Aus den beiden Gemeinden nehmen insgesamt 1200 Personen daran teil. Die Auswertung ergab, dass unter den 700 befragten Oberdorfern 600 Befürworter (B) sind. 25% aller Befragten sind aus Unterdorf und äußern Einwände gegen die Anlage.

3.1 Bestimmen Sie mithilfe einer vollständigen Vierfeldertafel die Wahrscheinlichkeit, mit der ein zufällig ausgewählter Teilnehmer der Umfrage folgende Frage verneint: „Sind Sie aus Oberdorf und haben Sie gegen den Bau der Beschneiungsanlage gestimmt?“ 4

3.2 Geben Sie den Anteil der Befürworter der Beschneiungsanlage unter allen Befragten an und reflektieren Sie kritisch, ob die Umfrage für den Bau spricht. 2

1.0 Gegeben ist die Funktion $f: x \mapsto (2x^2-4) \cdot e^{-\frac{1}{2}x^2-1}$ mit der Definitionsmenge $\mathbb{D}_f = \mathbb{R}$. Der Graph von f in einem kartesischen Koordinatensystem wird mit G_f bezeichnet.

1.1 Untersuchen Sie das Symmetrieverhalten des Graphen G_f bezüglich des Koordinatensystems sowie das Verhalten der Funktionswerte von f für $|x| \to \infty$. 4

1.2 Ermitteln Sie jeweils die Art und Koordinaten der relativen Extrempunkte von G_f und geben Sie die Wertemenge $\mathbb{W}_f$ der Funktion f an. 11

[Teilergebnis: $f'(x) = (8x-2x^3) \cdot e^{-\frac{1}{2}x^2-1}$]

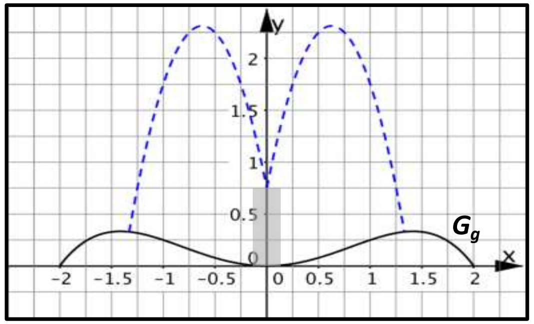
1.3 Stellen Sie die Gleichung der Tangente an G_f an der Stelle $x = +1$ in allgemeiner Form auf. 3

1.4 Bestimmen Sie die Nullstellen der Funktion f und zeichnen Sie unter Verwendung aller bisherigen Ergebnisse und weiterer geeigneter Funktionswerte den Graphen von f für $-3 \le x \le +3$ in ein kartesisches Koordinatensystem. 6
Als Maßstab für beide Achsen gilt: $1\ LE = 2\ cm$.

1.5 Der Graph der Ableitungsfunktion von f und die x-Achse schließen im I. Quadranten des kartesischen Koordinatensystem im Bereich $0 \le x \le +2$ ein endliches Flächenstück ein. Berechnen Sie die Maßzahl des Flächeninhalts dieses Flächenstücks auf zwei Nachkommastellen gerundet. 3

1.6 Der Graph G_f und die Koordinatenachsen schließen im IV. Quadranten ein endliches Flächenstück ein. Schätzen Sie die Maßzahl des Flächeninhalts dieses Flächenstücks geeignet ab. 3

2.0 Die folgende Abbildung zeigt den Querschnitt eines Springbrunnens. Dieser hat eine kreisförmige Grundfläche mit einem Durchmesser von 4 Meter. Die Oberflächenlinie der im Querschnitt dargestellten Auffangwanne wird durch den Graphen G_g einer ganzrationalen Funktion g vierten Grades mit der Definitions-menge $\mathbb{D}_g = [-2; +2]$ beschrieben. Der Graph G_g in einem kartesischen Koordinatensystem ist achsensymmetrisch zur y-Achse. Die Koordinaten x und y stellen Längenangaben in der Einheit Meter dar. Bei den folgenden Rechnungen kann auf das Mitführen von Einheiten verzichtet werden.



2.1 Bestimmen Sie die Funktionsgleichung von g. Entnehmen Sie dazu geeignete Werte aus der Zeichnung. 5

[mögliches Ergebnis: $g(x) = -\frac{1}{12}x^4 + \frac{1}{3}x^2$]

2.2.0 Die Wasserfontänen treten – wie in obiger Abbildung gestrichelt dargestellt – aus einer in der Mitte befindlichen Säule aus und beschreiben Parabelbahnen. Ihr Verlauf ist abhängig vom Wasserdruck. Im Folgenden wird nur die rechte Wasserfontäne betrachtet. Alle möglichen Wasserstrahlen lassen sich durch die Graphen der Funktionen p_a mit $p_a(x) = -ax^2 + 5x + 0{,}75$ und $a \in \mathbb{R}^+$ dar-stellen.

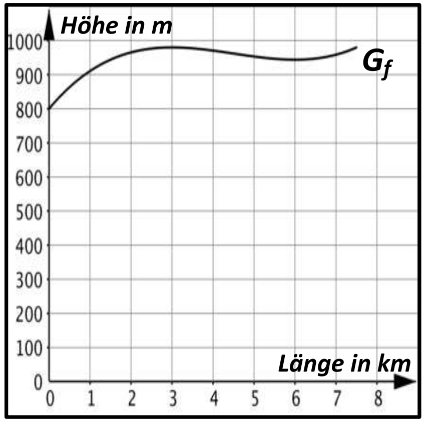
2.2.1 Berechnen Sie, für welchen Wert von a der Strahl im Punkt $A(+1|+0{,}25)$ auf die Auffangwanne trifft. 2

2.2.2 Berechnen Sie, bis zu welcher maximalen Höhe h_{max} die Auffangwanne gefüllt werden kann, bevor sie überläuft. 6

1.0 Ein Teilstück einer Langlaufloipe verläuft von oben betrachtet geradlinig und hat im Querschnitt das abgebildete Profil, welches annähernd durch den Graphen der Funktion

$$f: x \mapsto 8\left(\frac{1}{3}x^3 - \frac{9}{2}x^2 + 18x + 100\right)$$

mit der Definitionsmenge $\mathbb{D}_f = [0; +7{,}5]$ beschrieben werden kann. Die x-Achse gibt die Länge in waagrechter Richtung an, auf der y-Achse ist die Höhe über dem Meeresspiegel aufgetragen. Die Koordinaten x und y stellen Längeneinheiten in der Einheit Kilometer bzw. Meter dar.



1.1 Ermitteln Sie die maximalen Teilintervalle von $\mathbb{D}_f$, in denen die Loipe auf- bzw. abwärts verläuft. 6

1.2 Berechnen Sie unter Verwendung von Teilaufgabe 1.1, in welcher horizontalen Entfernung vom Beginn des Teilstückes der Loipe maximale Höhe erreicht wird. Geben Sie außerdem an, in welcher Höhe Sporttreibende sich am höchsten Punkt der Loipe befinden. 3

1.3 Ermitteln Sie, nach wie vielen Kilometern in horizontaler Entfernung vom Ausgangspunkt die Loipe am steilsten abwärts verläuft. 4

1.4 Bestimmen Sie die durchschnittliche Steigung der Loipe in Prozent auf den ersten drei Kilometern. 3

1.5 Die Steigung der Loipe bei Kilometer 2 tritt im weiteren Verlauf der Loipe noch einmal auf. Berechnen Sie die Stelle, an der dies der Fall ist. 4

2.0 Gegeben ist die Funktion $g: x \mapsto 2 - 5e^{-0{,}1x^2}$ mit der Definitionsmenge $\mathbb{D}_g = \mathbb{R}$. Der Graph von g in einem kartesischen Koordinatensystem wird mit G_g bezeichnet.

2.1 Untersuchen Sie das Symmetrieverhalten des Graphen G_g bezüglich des Koordinatensystems sowie das Verhalten der Funktionswerte von g für $|x| \to \infty$. Geben Sie die Gleichung der Asymptote des Graphen G_g an. 5

2.2 Berechnen Sie die Nullstellen von g. Runden Sie auf zwei Nachkommastellen. 3

2.3 Ermitteln Sie Art und Koordinaten des relativen Extrempunktes von G_g. Begründen Sie, warum dieser absolut ist, und geben Sie die Wertemenge $\mathbb{W}_g$ der Funktion g an. [Teilergebnis: $g'(x) = x \cdot e^{-0{,}1x^2}$] 6

2.4 Stellen Sie die Gleichung der Tangente an G_g an der Stelle $x = +3$ in allgemeiner Form auf. 3

2.5 Art und Koordinaten des relativen Extrempunktes von G_g können auch ohne Verwendung der Ableitungsfunktion bestimmt werden. Begründen Sie dies mithilfe bekannter Ergebnisse. Verwenden Sie die Tatsache, dass nur höchstens ein Extrempunkt von G_g existiert. 3

2.6 Zeichnen Sie unter Verwendung aller bisherigen Ergebnisse und weiterer geeigneter Funktionswerte im Bereich $-7 \leq x \leq +7$ den Graphen der Funktion g in ein kartesisches Koordinatensystem. 3
Verwenden Sie als Maßstab für beide Achsen: $1\ LE = 1\ cm$

Im Folgenden werden relative Häufigkeiten als Wahrscheinlichkeiten interpretiert.

Nach Ihrem Studium arbeiten Sie in einer Süßwarenfabrik, in der Sie unter anderem für die Qualitätssicherung zuständig sind. In der Fabrik werden auch Schokoladentafeln zu je 100 g hergestellt.

1 In der Qualitätskontrolle wird eine Tafel auf ihr Sollgewicht hin überprüft. Die Zufallsgröße X gibt das gemessene Gewicht in Gramm an. In folgender Tabelle ist die Wahrscheinlichkeitsverteilung von X dargestellt. Durchschnittlich wiegt eine Tafel 99,94 g. 5

x	98,5	99	100	101	101,5
$P(X = x)$	0,05	0,10	0,75	0,07	0,03

Berechnen Sie, mit welcher Wahrscheinlichkeit das Gewicht einer zufällig herausgegriffenen Schokoladentafel innerhalb der einfachen Standardabweichung um den Erwartungswert liegt.

2 Ein Defekt in der Abfüllanlage der Schokoladenmasse erhöht die Gewichtsschwankungen bei den Tafeln. Die Zufallsgröße Y gibt an, um wie viel Gramm das Gewicht einer Tafel von ihrem Sollgewicht abweicht. Die Wahrscheinlichkeitsverteilung von Y ist in folgender Tabelle dargestellt: 2

Y	4 g zu leicht	2 g zu leicht	0 g	2 g zu schwer	4 g zu schwer
$P(Y = y)$	0,30	0,20	0,35	0,10	0,05

Bis zur Reparatur der Anlage soll die Maschine so eingestellt werden, dass das Durchschnittsgewicht einer Tafel 100 g beträgt. Berechnen Sie den Wert für die einzustellende Gewichtsvorgabe der Abfüllanlage.

3.0 Die Schokoladentafeln gibt es in herkömmlicher Qualität sowie in Bioqualität. Der Hersteller bietet Nussschokoladen (N) und nussfreie Tafeln an. Aus langjähriger Erfahrung ist bekannt, dass von den Käufern der Nussschokolade 32 % Bioqualität wählen und sich 22 % der Käufer der nussfreien Sorte für das Bioprodukt entscheiden. Im Verkauf beträgt der Bioanteil (B) insgesamt 25 %.

3.1 Ermitteln Sie mithilfe eines Baumdiagramms den prozentualen Anteil der Nussschokoladen im Verkauf. 5

3.2 Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass von 24 verkauften Schokoladentafeln genau 25% Bioqualität haben. 2

4.0 In den vergangenen Monaten kam es vermehrt zu Reklamationen von Seiten der Großabnehmer. Durchschnittlich gingen bei 10 % der Lieferungen Beanstandungen ein. Daher wurden Maßnahmen zur Qualitätsverbesserung der Schokoladen durchgeführt. Um zu überprüfen, ob der Anteil der reklamierten Lieferungen nach Abschluss der Verbesserungsmaßnahmen gesunken ist (Gegenhypothese), werden 200 Lieferungen im Hinblick auf Reklamationen untersucht. Die Fabrikleitung sieht folgendes Testverfahren vor: Sollten bei höchstens 14 der Lieferungen Beanstandungen eingehen, so geht man davon aus, dass die qualitätsverbessernden Maßnahmen erfolgreich waren, und will die dafür zuständigen Mitarbeiter mit einer Bonuszahlung belohnen.

4.1 Berechnen Sie für diesen Test die Wahrscheinlichkeit des Fehlers 1. Art und deuten Sie diese im Sachzusammenhang. 4

4.2 Die Verbesserungsmaßnahmen haben dazu geführt, dass der Anteil p der Beanstandungen auf einen Wert von 5 % gesunken ist. Bestimmen Sie hierfür die Wahrscheinlichkeit des Fehlers 2. Art und erläutern Sie den Zusammenhang zwischen dem Fehler 2. Art und der Bonuszahlung für die betroffenen Mitarbeiter. 5

Im Folgenden werden relative Häufigkeiten als Wahrscheinlichkeiten interpretiert.

1.0 Ein Großhändler für Saatgut verkauft Säcke verschiedener Sorten von Samenkörnern. Erfahrungsgemäß handelt es sich bei 15 % der verkauften Säcke um Saatgut für Viehweide (V). Säcke mit Samen für Sommerroggen (S) werden viermal so oft verlangt wie die mit Weißklee (W). Weißklee und Grasmischung (G) machen die Hälfte der verkauften Säcke aus. Nur 3 % sind Säcke mit Samen für Blumenwiese (B). Die Preise pro Sack können nachfolgender Preisliste entnommen werden.

Sorte	*Preis pro Sack*
▪ *Viehweide*	*32,00 €*
▪ *Sommerroggen*	*26,00 €*
▪ *Weißklee*	*30,00 €*
▪ *Grasmischung*	*28,50 €*
▪ *Blumenwiese*	*20,00 €*

1.1 Die Zufallsgröße X gibt den Preis pro verkauftem Sack in Euro an. Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeitsverteilung von X. [Teilergebnis: $P(W) = 0{,}08$] 5

1.2 Berechnen Sie – unter Verwendung von Aufgabe 1.1 – den durchschnittlich zu erwartenden monatlichen Gewinn durch den Verkauf des Saatguts, wenn bekannt ist, dass der Großhändler pro Monat 120 Säcke Saatgut verkauft und ihm 30% vom Verkaufspreis als Gewinn bleiben. 2

2.0 Aufgrund von Kundenanfragen und da der Großhändler ein günstiges Angebot für Rotklee erhalten hat, will er in Zukunft eine Kleemischung aus Weißklee (W) und Rotklee (R) anbieten. Laut dem Samenproduzenten liegt die Wahrscheinlichkeit, dass ein Samenkorn vom Weißklee keimt, bei 92,5%. Die Keimwahrscheinlichkeit der Rotkleesamen liegt bei 80%.

2.1 Ermitteln Sie mithilfe eines Baumdiagramms, in welchem Verhältnis der Großhändler Weiß- und Rotkleesamen mischen muss, damit die Keimwahrscheinlichkeit $P(K)$ der Mischung bei 85% liegt. 5

2.2 Ein Landwirt kauft einen Sack der neuen Kleemischung, welche zu 85% keimt, und sät 200 Samenkörner auf einem kleinen frischgepflügten Teil einer seiner Wiesen aus. Die Zufallsgröße Y gibt die Anzahl der keimenden Samen an. Berechnen Sie, mit welcher Wahrscheinlichkeit die Anzahl der keimenden Samen innerhalb der einfachen Standardabweichung um den Erwartungswert liegt. 4

3.0 Eine Gärtnerin möchte den Bienen in ihrer Umgebung etwas Gutes tun und kauft einen Sack Saatgut für eine Blumenwiese. Der Großhändler behauptet, dass die Blumensamen zu 90% keimen. Jedoch vermutet die Gärtnerin, dass es weniger sind (Gegenhypothese). Ist dies der Fall, so will sie ihr Saatgut in Zukunft von einem anderen Großhändler beziehen. Um ihre Vermutung zu überprüfen, sät sie 100 zufällig ausgewählte Samenkörner aus und beobachtet deren Keimverhalten. Sie will sich bei der Annahme ihrer Vermutung um höchstens 4% irren.

3.1 Entwickeln Sie einen geeigneten Hypothesentest für die Gärtnerin und geben Sie an, welche Entscheidung der Test nahelegt, wenn 87 Blumensamen keimen. 5

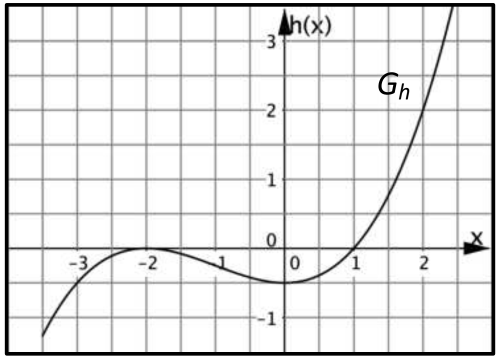
3.2 Berechnen Sie für den in Aufgabe 3.1 entwickelten Test die Wahrscheinlichkeit des Fehlers 2. Art, wenn man davon ausgeht, dass der Anteil der keimenden Samen bei 85% liegt. 2

1.0 Gegeben ist die lineare Funktion $g: x \mapsto 3x - 1$ mit Definitionsmenge $\mathbb{D}_g = \mathbb{R}$. Ihr Graph in einem kartesischen Koordinatensystem wird mit G_g bezeichnet.

1.1 Geben Sie die Nullstelle der Funktion g an und erstellen Sie eine Zeichnung vom Graphen G_g für $0 \leq x \leq 2$ in einem kartesischen Koordinatensystem. 2

1.2 Berechnen Sie $\int_0^2 g(x)\,dx$ und interpretieren Sie das Ergebnis geometrisch bezüglich G_g. 3

2 Die folgende Abbildung zeigt einen Ausschnitt des Graphen G_h einer ganzrationalen Funktion h dritten Grades mit der Definitionsmenge $\mathbb{D}_h = \mathbb{R}$. 3



Entscheiden sie anhand des Graphen G_h, ob die nachfolgenden Aussagen jeweils wahr oder falsch sind. Begründen Sie jeweils Ihre Entscheidung.

a) Es gilt: $h'(x) < 0$ für $x \in]-2; +1[$

b) Der Graph der Stammfunktion H von h besitzt einen Terrassenpunkt.

c) Es gilt: $h(-2) + h'(0) > 0$

3 Eine nach oben geöffnete Parabel besitzt den Scheitelpunkt $S(2|2k-1)$ mit $k \in \mathbb{R}$. Die zugehörige quadratische Funktion $p_k: x \mapsto p_k(x)$ ist auf ganz $\mathbb{R}$ definiert. Bestimmen Sie alle Werte für k, sodass die Parabel die x-Achse genau zweimal schneidet. 2

4 Gegeben ist die Funktion f mit der Funktionsgleichung $f(x) = 2 \cdot e^{-x+1} - 1$ und der Definitionsmenge $\mathbb{D}_f = [1; \infty[$. Bestimmen Sie die Wertemenge von f. 4

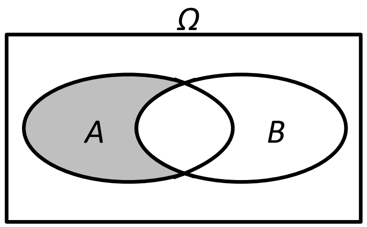
5 Lösen Sie die folgenden Gleichungen über der Grundmenge der reellen Zahlen. 6

a) $x^3 - 2x^2 + x = 0$

b) $(e^x - 2)^2 - 4 = 0$

6 Gegeben ist eine Modellfunktion zur Beschreibung der Entwicklung einer Bakterienpopulation im Labor durch $B: t \mapsto 2 \cdot 10^6 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^t$ mit $t \in \mathbb{R}_0^+$. Dabei steht die Variable t für die seit Beobachtungsbeginn vergangene Zeit in Stunden und $B(t)$ für die Bakterienanzahl in einer Petrischale. Formulieren Sie eine mögliche Problemstellung im Sinne der vorliegenden Thematik, deren Lösung auf die Gleichung $0{,}4 = \left(\frac{1}{2}\right)^{t_1}$ führt, und lösen Sie die Gleichung nach t_1 auf. 2

1.0 A und B sind vereinbare Ereignisse des Ergebnisraums Ω. 3



1.1 Geben Sie das im nebenstehendem Venn-Diagramm grau markierte Ereignis E_1 möglichst einfach als Verknüpfung der Ereignisse A und B an.

1.2 Veranschaulichen Sie das Ereignis $E_2 = A \cup \overline{B}$ in einem Venn-Diagramm.

2.0 Ein Handballspieler trainiert Siebenmeter-Würfe, wobei der Torhüter seines Vereins im Tor steht. Erfahrungsgemäß trifft er bei 80% seiner Würfe ins Tor.

2.1 Der Spieler führt zwei Siebenmeter-Würfe aus. Berechnen Sie jeweils die Wahrscheinlichkeit folgender Ereignisse: 3

- E_3: „Der Spieler trifft jedes Mal."
- E_4: „Der Spieler trifft mindestens einmal."

2.2 Formulieren Sie zwei Ereignisse E_5 und E_6 im Sachzusammenhang, deren Wahrscheinlichkeiten sich wie folgt berechnen lassen: 2

- $P(E_5) = 0{,}8^{20}$
- $P(E_6) = \binom{50}{30} \cdot 0{,}8^{30} \cdot 0{,}2^{20}$

3 Einer Gruppe von fünf Jugendlichen werden zwei Freikarten für ein Rockkonzert zur Verfügung gestellt. Um diese zu verteilen, werden nacheinander Lose gezogen, ohne diese zurückzulegen. Jeder Jugendliche zieht dabei genau einmal. Neben den zwei Gewinnlosen für die Freikarten befinden sich drei Nieten in der Lostrommel. Entscheiden Sie unter Zuhilfenahme einer geeigneten Rechnung, ob der Zweite, der zieht, die gleiche Chance auf eine Freikarte hat wie der Erste. 4

1.0 Gegeben ist die Funktion $f\colon x \mapsto -\frac{1}{8}x^4 + 2x^2$ mit der Definitionsmenge $\mathbb{D}_f = \mathbb{R}$. Der Graph der Funktion f in einem kartesischen Koordinatensystem wird mit G_f bezeichnet.

1.1 Ermitteln Sie die maximalen Monotonieintervalle der Funktion f sowie jeweils die Art und Koordinaten der relativen Extrempunkte von G_f. Geben Sie die Wertemenge $\mathbb{W}_f$ an. 9

1.2 Berechnen Sie die Wendestellen des Graphen von f und entscheiden Sie begründet, ob es sich dabei um Stellen mit maximaler positiver bzw. maximaler negativer Steigung von G_f handelt oder nicht. 6

1.3 Gegeben ist die Funktion $g\colon x \mapsto -4x - 2$ mit der Definitionsmenge $\mathbb{D}_g = \mathbb{R}$. Zeigen Sie rechnerisch, dass die Gerade G_g Tangente an den Graphen G_f an der Stelle $x = -2$ ist. 2

1.4 Zeichnen Sie unter Verwendung bisheriger Ergebnisse und weiterer geeigneter Funktionswerte den Graphen G_f für $-4 \leq x \leq +4$ in ein kartesisches Koordinatensystem. Verwenden Sie als Maßstab $1\ \mathrm{LE} = 1\ \mathrm{cm}$ für beide Achsen. 4

2.0 Während das Bundesamt für Naturschutz seit 20 Jahren die Ausbreitung von Wölfen in Deutschland fördert, fordern u. a. Weidetierhalter und Jäger zunehmend eine Aufhebung des Abschussverbots von Wölfen. Um über die eventuelle Aufhebung dieses Verbots zu entscheiden, soll die Entwicklung der Anzahl der Wolfsrudel in Deutschland modelliert werden. Die Entwicklung seit dem Jahr 2008 lässt sich näherungsweise durch die Funktion N mit der Funktionsgleichung $N(t) = N_0 \cdot e^{c \cdot t}$ mit $t, N_0, c \in \mathbb{R}$ und $t \geq 0, N_0 > 0, c > 0$ darstellen. Der Funktionswert von N gibt die Anzahl der Wolfsrudel in Deutschland zum Zeitpunkt t an. Dabei steht t für die seit Ende des Jahres 2008 $(t_0 = 0)$ vergangene Zeit in Jahren. Endes des Jahres 2013 wurden 18 Wolfsrudel in Deutschland gezählt. Ende 2017 lag die Zahl der Wolfsrudel bereits bei 60.

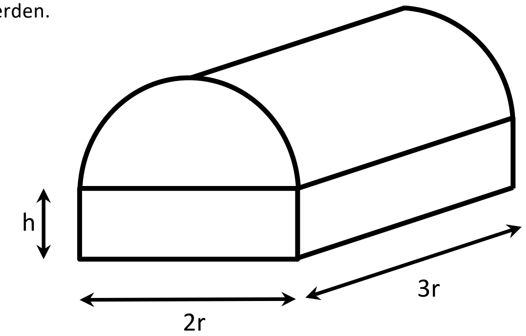
2.1 Ermitteln Sie die Werte der Parameter N_0 und c der Funktion N. Runden Sie N_0 ganzzahlig und c auf drei Nachkommastellen. 4

2.2.0 Im Folgenden gilt $N(t) = 4 \cdot e^{0{,}301 \cdot t}$.

2.2.1 Das Bundesamt für Naturschutz geht davon aus, dass Deutschland maximal Lebensraum für 440 Rudel bieten kann. Berechnen Sie, in welchem Jahr die Anzahl der Wolfsrudel laut dem Modell aus 2.0 voraussichtlich diesen Wert erreicht. 3

2.2.2 Geben Sie die Funktionsgleichung der Funktion N in der Form $N(t) = N_0 \cdot b^t$ mit $b > 0$ an und folgern Sie daraus die prozentuale Zunahme der Anzahl der Wolfsrudel pro Jahr. Runden Sie b auf drei Nachkommastellen. 2

3.0 Ein Tiergarten plant den Bau eines Tropenhauses, in dem ein künstliches Ökosystem mit Lebensbedingungen für tropische Pflanzen- und Tierarten geschaffen werden soll. Das Tropenhaus soll die Form eines Quaders mit aufgesetztem Halbzylinder bekommen. Der Radius des Halbzylinders wird mit r bezeichnet. Der Quader hat die Breite $2r$, die Länge $3r$ und die Höhe h (siehe Skizze). Um möglichst ideale klimatische Bedingungen zu schaffen, sollen die Außenwände des Tropenhauses und das Dach aus Glas bestehen. Hierfür sind $1.000\ \mathrm{m}^2$ Glas vorgesehen. Die Maßzahl des Volumens des Tropenhauses in Abhängigkeit vom Radius r des Halbzylinders lässt sich durch die Funktionswerte der Funktion $V\colon r \mapsto V(r)$ beschreiben. Aus den Baurichtlinien geht hervor, dass der Radius r des Halbzylinders maximal $8{,}5\ \mathrm{m}$ betragen darf. Der Tiergartenbetreiber fordert hierfür mindestens $4\ \mathrm{m}$. Bei den Berechnungen kann auf das Mitführen von Einheiten verzichtet werden.



3.1 Stellen Sie eine Gleichung der in 3.0 eingeführten Funktion V auf. Bestimmen Sie dazu vorab die Maßzahl A des Flächeninhalts der insgesamt zu verglasenden Oberfläche des Tropenhauses in Abhängigkeit des Radius des Halbzylinders und der Höhe des Quaders. 6

$$[\text{mögliche Ergebnisse: } A(r,h) = 10rh + 4\pi r^2 \quad \text{und} \quad V(r) = 600r - 0{,}9\pi r^3]$$

3.2 Um den Pflanzen und Tieren möglichst viel Lebensraum zur Verfügung zu stellen, soll das Tropenhaus maximalen Rauminhalt besitzen. Bestimmen Sie den Radius r so, dass die Maßzahl des Volumens des Tropenhauses den absolut größten Werte annimmt und geben Sie diesen maximalen Wert an. Runden Sie Ihre Ergebnisse auf zwei Nachkommastellen. 7

1.0 Gegeben ist die Funktion $f: x \mapsto -\frac{1}{100}x(x-10)^2(x-24)$ mit der Definitionsmenge $\mathbb{D}_f = \mathbb{R}$. Der Graph der Funktion f in einem kartesischen Koordinatensystem wird mit G_f bezeichnet.

1.1 Geben Sie die Nullstellen der Funktion f mit ihrer jeweiligen Vielfachheit an. 3

1.2 Zeigen Sie durch Rechnung, dass sich der Funktionsterm $f(x)$ auch in der Form 3

$$f(x) = -\frac{1}{100}(x^4 - 44x^3 + 580x^2 - 2.400x)$$

darstellen lässt.

1.3 Ermitteln Sie jeweils die Art und die Koordinaten der relativen Extrempunkte von G_f. Geben Sie die Wertemenge $\mathbb{W}_f$ an. 11

$$[\text{mögliches Teilergebnis: } f'(x) = -\frac{1}{25}(x-3)(x-10)(x-20)]$$

1.4 Zeichnen Sie unter Verwendung bisheriger Ergebnisse und weiterer geeigneter Funktionswerte den Graphen G_f für $0 \le x \le +24$ in ein kartesisches Koordinatensystem. Wählen Sie dazu für beide Achsen einen geeigneten Maßstab. 5

1.5 Der Graph der Funktion f und die x-Achse schließen zwei endliche Flächenstücke ein. Berechnen Sie die Maßzahl des Flächeninhalts des kleineren der beiden Flächenstücke. 4

2.0 Landwirte beklagen zunehmend Ernteausfälle durch anhaltende Dürren in den Sommermonaten. Während der durchschnittliche Ertrag an Weizen pro Hektar Anbaufläche 2014 noch bei 86,3 Dezitonnen lag, brachte die Ernte 2017 nur noch durchschnittlich 70,0 Dezitonnen pro Hektar Anbaufläche ein. Basierend auf den seit dem Jahr 2014 ausgewerteten Daten kann die Ertragsentwicklung vereinfacht durch die Funktion

$$\mathrm{E}: \mathrm{t} \mapsto 56{,}3 \cdot \mathrm{e}^{\mathrm{c} \cdot \mathrm{t}} + \mathrm{a}$$

mit $\mathrm{t} \in \mathbb{R}_0^+, \mathrm{c} \in \mathbb{R}^+$ modelliert werden. Der Funktionswert von E gibt den durchschnittlichen Weizenertrag in Dezitonnen pro Hektar Anbaufläche zum Zeitpunkt t an. Dabei steht t für die vergangene Zeit in Jahren ab dem Jahr 2014 ($\mathrm{t}_0 = 0$). Bei den Berechnungen kann auf das Mitführen von Einheiten verzichtet werden.

2.1 Ermitteln Sie den Mittelwert der jährlichen Abnahme des durchschnittlichen Weizenertrags pro Hektar Anbaufläche über die Jahre 2014 bis 2017. 3

2.2 Bestimmen Sie die Werte der Parameter a und c der Funktion E. Runden Sie c auf zwei Nachkommastellen. 4

2.3.0 Im Folgenden gilt: $\mathrm{E(t)} = 56{,}3 \cdot \mathrm{e}^{-0{,}11 \cdot \mathrm{t}} + 30$

2.3.1 Einige Landwirte sind der Meinung, dass der Weizenanbau ab einem durchschnittlichen Weizenertrag von 50 Dezitonnen pro Hektar Anbaufläche nicht mehr rentabel für sie ist. Berechnen Sie, ab welchem Jahr dies laut dem Modell der Fall wäre. 3

2.3.2 Ermitteln Sie das Verhalten der Funktionswerte für E für $\mathrm{t} \to \infty$ und interpretieren Sie das Ergebnis im Sinne der vorliegenden Thematik. 3

2.3.3 Sofern Landwirte 2018 mit einem massiven Einbruch ihrer Weizenerträge konfrontiert waren, hatten sie Anspruch auf Unterstützungszahlungen des Bundes. War ihr durchschnittlicher Weizenertrag pro Hektar Anbaufläche um mehr als 30% geringer als der Mittelwert der entsprechenden Erträge in den Jahren 2015, 2016 und 2017, so konnten sie einen Antrag auf Nothilfen stellen. Prüfen Sie rechnerisch, ob sich gemäß dem hier gewählten mathematischen Modell eine Antragsberechtigung für Nothilfen ergibt. 4

Im Folgenden werden relative Häufigkeiten als Wahrscheinlichkeiten interpretiert.

1.0 Ein Telekommunikationsunternehmen bietet verschiedene Internetverträge an. Die Kunden können beim Vertragsschluss zwischen den Tarifen „Basic“ (B) und „Highspeed“ (H) wählen. Zudem können sie beschließen, ob sie einen neuen Router bei diesem Unternehmen mitbestellen (R) oder sich anderweitig einen Router organisieren ($\overline{\mathrm{R}}$). Falls sie sich für die Router-Bestellung entscheiden, können sie noch zusätzlich bestimmen, ob sie den Router selbst installieren (S), einen Techniker hiermit beauftragen (T) oder sogar einen Komplettservice (K) wählen, bei dem auch die Endgeräte der Kunden durch Mitarbeiter des Unternehmens gleich angebunden werden. Erfahrungsgemäß nehmen 60% der Kunden den „Basic“-Tarif. Unabhängig von der Tarifwahl entscheiden sich 80% der Kunden dafür, einen Router mitzubestellen. Von diesen Kunden will stets die Hälfte den Router selbst installieren. Kunden, die den „Basic“-Tarif mit Router wählen, möchten zu gleichen Anteilen einen Techniker kommen lassen oder den Komplettservice. Von den Kunden mit „Highspeed-Tarif und Router möchten 40% den Komplettservice.

Die zufällige Auswahl eines Kunden mit der Analyse seiner Vertragsoptionen wird als Zufallsexperiment aufgefasst.

1.1 Bestimmen Sie unter Verwendung eines Baumdiagramms die Wahrscheinlich-keiten aller acht Elementarereignisse des betrachteten Zufallsexperiments. 5
[Teilergebnis: $P(\{(H;R;K)\}) = 0{,}128$]

1.2 Gegeben sind folgende Ereignisse: 3

- E_1: „Ein zufällig ausgewählter Kunde ordert keinen firmeneigenen Router oder verlangt beim Wunsch nach einem firmeneigenen Router keinen Komplett-service.“
- $E_2 = \{(B;R;K);(B;\overline{R});(H;R;K);(H;\overline{R})\}$
- $E_3 = E_1 \cap E_2$

Geben Sie E_1 in aufzählender Mengenschreibweise an und formulieren Sie E_3 möglichst einfach im Sachzusammenhang. Berechnen Sie anschließend $P(E_3)$.

1.3 Beim Telekommunikationsunternehmen gehen von einigen Kunden Beschwer-den ein, dass die Internetverbindung oft unterbrochen wird. Bei einer Problem-analyse der Internetverbindung bei allen Kunden des Unternehmens soll unter-sucht werden, ob die Verbindungsabbrüche mit dem verwendeten Router zusammenhängen (mitbestellter Router (R) oder anderweitig organisierter Router). Aus Unternehmensdaten geht hervor, dass die Internetverbindung bei 60% aller Kunden ohne Unterbrechungen ($\overline{\mathrm{U}}$) funktioniert. Die Hälfte aller Kunden hat eine unterbrechungsfreie Internetverbindung und einen beim Telekommunikationsunternehmen mitbestellten Router. Es gilt weiterhin $\mathrm{P(R)} = 0{,}8$. 5

Bestimmen Sie jeweils die Wahrscheinlichkeiten $P_R(U)$ und $P_{\overline{R}}(U)$, z. B. mithilfe einer Vierfeldertafel. Formulieren Sie im Sinne des vorliegenden Sachzusammenhangs eine Aussage in Worten, in der Sie die beiden Wahrscheinlichkeiten $P_R(U)$ und $P_{\overline{R}}(U)$ miteinander vergleichen.

2 In einer bestimmten Region Deutschlands sind vier verschiedene Arten von DSL-Internetanschlüssen verfügbar, wobei pro Haushalt nur genau eine der vier möglichen Anschlussarten gewählt werden kann. Die Tabelle veranschaulicht die Verteilung der verschiedenen Anschlüsse unter denjenigen Haushalten mit DSL-Anschluss: 6

Haushalte mit DSL 2.000	Haushalte mit DSL 6.000	Haushalte mit DSL 16.000	Haushalte mit DSL 50.000
17,3%	17,9%	19,8%	15,0%

Im Auftrag eines Internetdienstanbieters soll eine Umfrage zur Internetnutzung durchgeführt werden. Zu diesem Zweck werden 25 Haushalte der Region zufällig ausgewählt. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten folgender Ereignisse:

- E_4: „Genau drei der ausgewählten Haushalte besitzen einen DSL 2.000 – Anschluss“
- E_5: „Mindestens sechs, aber weniger als zehn der ausgewählten Haushalte besitzen einen DSL 50.000 – Anschluss.“
- E_6: „Weniger als die Hälfte der ausgewählten Haushalte verfügen über einen DSL – Internetanschluss.“

3 Für ein Glücksspiel wird eine gezinkte Münze verwendet, bei der „Kopf“ mit der Wahrscheinlichkeit 40% fällt. Man zahlt 4 € Einsatz und wirft dreimal die Münze. Fällt dreimal Kopf, werden 20 € ausbezahlt. Wenn immer abwechselnd Kopf und Zahl auftreten, erhält man 10 €. Sonst erfolgt keine Auszahlung. Prüfen Sie, ob das Spiel für den Spieler günstig, fair oder ungünstig ist. 4

Im Folgenden werden relative Häufigkeiten als Wahrscheinlichkeiten interpretiert.

1.0 In einer Gärtnerei werden drei Blumenarten gezüchtet und verkauft. Es handelt sich dabei um Tulpen (T), Osterglocken (O) und Krokusse (K). Während Krokusse ausschließlich aus Blumenzwiebeln (B) und Osterglocken ausschließlich aus Samen (S) gezüchtet werden, werden Tulpen sowohl aus Blumenzwiebeln als auch aus Samen erzeugt. Von allen drei Blumenarten werden gelbe (g) und weiße (w) zum Verkauf angeboten.

Die Hälfte aller verkauften Blumen sind Tulpen. Die beiden anderen Blumensorten werden jeweils zu gleichen Anteilen verkauft. Die aus Samen wachsenden Tulpen haben unter dieser Blumenart einen Verkaufsanteil von 40%. Unabhängig von Blumensorte und Züchtungsform werden 75% aller verkauften Blumen mit der Farbe Gelb gewählt.

Der Kauf einer Blume hinsichtlich ihrer Eigenschaften Blumenart, Züchtungsform und Farbe wird im Folgenden als Zufallsexperiment mit entsprechenden Wahrscheinlichkeiten betrachtet.

1.1 Erstellen Sie für das vorliegende Zufallsexperiment ein Baumdiagramm und ermitteln Sie alle acht Elementarereignisse mit ihren Wahrscheinlichkeiten. 5
$[\text{Teilergebnis: } P(\{(T;B;g)\} = 0{,}225]$

1.2 Nun werden folgende Ereignisse betrachtet: 3
- E_1: „Die verkaufte Blume ist gelb und ist keine Tulpe."
- $E_2 = \{(T;S;g); T;S;w); (O;S;g); (O;S;w)\}$

Geben Sie E_1 in aufzählender Mengenschreibweise an und formulieren Sie E_2 möglichst einfach im Sachzusammenhang. Berechnen Sie anschließend $P(E_2)$.

2.0 Im Gewächshaus der Gärtnerei werden in einem neu angelegten Beet 30 Tulpenzwiebeln nebeneinander eingesetzt. Mit einer Wahrscheinlichkeit von $p = 0{,}85$ geht eine eingesetzte Tulpenzwiebel auf und es wächst daraus eine Tulpe.

2.1 Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass aus genau 25 der eingesetzten Zwiebeln Tulpen entstehen. 2

2.2 Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeit des Ereignisses E_3: „Genau zwei der Zwiebeln gehen nicht auf und diese wurden direkt nebeneinander eingesetzt." 2

2.3 Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass aus mindestens 29 der eingesetzten Zwiebeln Tulpen entstehen. Entscheiden Sie begründet, ob die folgende Aussage für alle Werte von k mit $1 \leq k \leq 29$ wahr ist: 4

„Die Wahrscheinlichkeit, dass aus 30 eingesetzten Tulpenzwiebeln mindestens k Tulpen entstehen, liegt nicht unter 4%."

3.0 Für die Zufallsgröße X ist die Wahrscheinlichkeitsverteilung mit $a, b \in \mathbb{R}$ durch folgende Tabelle vollständig gegeben:

x	0	1	2	3	4	5
$P(X = x)$	a	2b	b	0,1	0,1	0,04

3.1 Bestimmen Sie die Werte der Parameter a und b, wenn der Erwartungswert von X gleich 1,7 ist. $[\text{Teilergebnis: } b = 0{,}2\,]$ 3

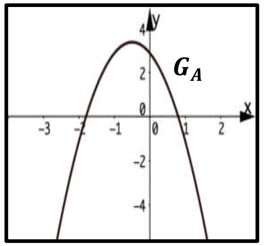
3.2 Die Blumensorte Tulpe erzeugt während ihres Wachstums sogenannte Tochterzwiebeln, die ihrerseits wieder zur Entstehung weiterer Tulpen führen. Die unter 3.0 aufgeführte Wahrscheinlichkeitsverteilung mit den unter Aufgabe 3.1 bestimmten Werten für a und b gibt an, welche Anzahl von Tochterzwiebeln mit welcher Wahrscheinlichkeit auftritt. Berechnen Sie, mit welcher Wahrscheinlichkeit die Zufallswerte von X innerhalb der einfachen Standardabweichung um den Erwartungswert liegen. 4

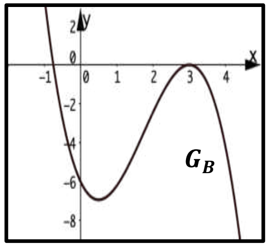
1 Gegeben ist die quadratische Funktion $p: x \mapsto -x^2 + 1$ mit der Definitionsmenge $\mathbb{D}_p = \mathbb{R}$. Ihr Graph in einem kartesischen Koordinatensystem wird mit G_p bezeichnet. Der Graph G_p und die x-Achse schließen ein endliches Flächenstück ein. Berechnen Sie die Maßzahl des Flächeninhalts dieses Flächenstücks. 4

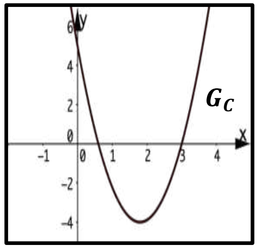
2.0 Gegeben ist die Funktion $k: x \mapsto 0{,}5(x-3)^2\left(2x+\frac{4}{3}\right)$ mit Definitionsmenge $\mathbb{D}_k = \mathbb{R}$.

2.1 Geben Sie die Nullstellen der Funktion k mit ihrer jeweiligen Vielfachheit an und bestimmen Sie damit ein Intervall, in dem die x-Koordinate des lokalen Hochpunkts des Graphen der Funktion k liegt. 4

2.2 In der nachfolgenden Abbildung sind Ausschnitte der Graphen G_A, G_B und G_C von in ganz $\mathbb{R}$ definierten Funktionen dargestellt. Entscheiden Sie begründet, welcher der drei Graphen G_A, G_B bzw. G_C zur Ableitungsfunktion von k gehört. 3





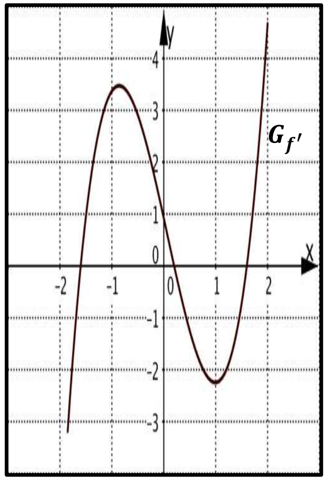


3.0 Gegeben sind die Funktionen g und h durch die Funktionsgleichungen $g(x) = 2 \cdot e^x - 1$ und $h(x) = e^{2 \cdot x}$ mit den Definitionsmengen $\mathbb{D}_g = \mathbb{D}_h = \mathbb{R}$.

3.1 Bestimmen Sie rechnerisch die Koordinaten des einzigen gemeinsamen Punktes P der Graphen der beiden Funktionen g und h. 4

3.2 Der Graph der Funktion g wird an der x-Achse gespiegelt und anschließend um zwei Einheiten entlang der y-Achse nach oben verschoben. Der daraus entstandene neue Funktionsgraph gehört zur Funktion j. Geben Sie einen Funktionsterm der Funktion j an. 2

4 Die folgende Abbildung zeigt einen Ausschnitt des Graphen $G_{f'}$ der Ableitungsfunktion f' einer auf ganz $\mathbb{R}$ definierten ganzrationalen Funktion f vierten Grades. Die Funktion F bezeichne eine Stammfunktion von f. 4



Entscheiden Sie jeweils, ob folgende Aussagen wahr (w) oder falsch (f) sind bzw. ob dies mit den gegebenen Informationen nicht entschieden (n) werden kann. Kreuzen Sie entsprechend an.

Hinweis: Jedes richtig gesetzte Kreuz ergibt $+1$ BE, jedes falsch gesetzte -1 BE und jedes nicht gesetzte Kreuz 0 BE. Im ungünstigsten Fall wird die Aufgabe mit 0 BE bewertet.

Aussage	w	f	n
G_f ist punktsymmetrisch zum Ursprung.			
G_f besitzt genau zwei Wendepunkte.			
G_f besitzt einen globalen Tiefpunkt.			
F hat genau vier Nullstellen.			
Für $x \to -\infty$ gilt: $f(x) \to +\infty$			

2023 A (ohne Hilfsmittel)

Im Folgenden werden relative Häufigkeiten als Wahrscheinlichkeiten interpretiert.

1 Bei der Befragung von zufällig ausgewählten Kunden eines Lebensmittelmarkts wird unter anderem untersucht, ob sie Vegetarier (V) sind bzw. ob sie in bar (B) bezahlen. Das Ergebnis der Befragung ist in der nebenstehenden Vierfeldertafel dargestellt.

	V	$\overline{V}$	
B	0,10	0,45	0,55
$\overline{B}$	0,05	0,40	0,45
	0,15	0,85	1

Untersuchen Sie, ob der Anteil der Barzahler unter den Vegetariern höher ist als der Anteil der Barzahler unter den Nicht-Vegetariern. 3

2 Die durgeführte Umfrage hat ebenfalls ergeben, dass 80% aller Befragten beim Einkaufen im Supermarkt eine eigene Einkaufstasche dabei haben. Betrachtet werden nun hintereinander anstehende Kunden an einer Supermarktkasse. Geben Sie für die nachfolgenden Ereignisse jeweils einen Term an, der die Berechnung der Wahrscheinlichkeit für das beschriebene Ereignis ermglicht. 2

- E_1: „Von zehn Kunden haben genau vier eine eigene Einkaufstasche mitgebracht."
- E_2: „Von acht Kunden kaufen nur die ersten zwei und der letzte Kunde ohne eigene Einkaufstasche ein."

3 Ein zufällig ausgewählter Kunde nutzt unabhängig davon, ob er eine Einkaufstasche dabei hat oder nicht, mit einer Wahrscheinlichkeit p einen Einkaufswagen. Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass von zwei Kunden, die nacheinander den Supermarkt betreten, genau einer einen Einkaufswagen nutzt, beträgt 32%. Geben Sie den Ansatz zur Berechnung der Wahrscheinlichkeit p an. Die Berechnung von p ist nicht erforderlich. 2

4.0 Im Supermarkt befinden sich insgesamt drei Kassen. Die Zufallsgröße X beschreibt die Anzahl der gleichzeitig besetzten Kassen während der Öffnungszeiten. Die folgende Tabelle zeigt die vollständige Wahrscheinlichkeitsverteilung von X:

x	0	1	2	3
$P(X = x)$	0,05	0,45	0,35	0,15

4.1 Bestimmen Sie den Erwartungswert der Zufallsgröße X und interpretieren Sie den Wert im beschriebenen Sachzusammenhang. 2

4.2 Die Varianz der Zufallsgröße X hat den Wert 0,64. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die Werte der Zufallsgröße X innerhalb der einfachen Standardabweichung um ihren Erwartungswert liegen. 3

1.0 Gegeben ist die Funktion $f: x \mapsto -\frac{1}{2}x^4 - 2x^3 - 2x^2$ mit der Definitionsmenge $\mathbb{D}_f = \mathbb{R}$. Der Graph der Funktion f in einem kartesischen Koordinatensystem wird mit G_f bezeichnet.

1.1 Berechnen Sie die Nullstellen der Funktion f. 3

1.2 Ermitteln Sie jeweils die Art und die Koordinaten aller Punkte, in denen G_f eine waagrechte Tangente besitzt. 7

1.3 Zeichnen Sie unter Verwendung aller bisherigen Ergebnisse und weiterer geeigneter Funktionswerte den Graphen G_f für $-3 \leq x \leq +1$ in ein kartesisches Koordinatensystem. Maßstab für beide Achsen: $1 \text{ LE} = 1 \text{ cm}$ 4

1.4.0 Der Graph G_p einer quadratischen Funktion p mit der Definitionsmenge $\mathbb{D}_p = \mathbb{R}$ besitzt in einem kartesischen Koordinatensystem den Scheitelpunkt $S(-1|-1{,}5)$ und schneidet den Graphen G_f in den Punkten $A(-3|-4{,}5)$ und $B(+1|-4{,}5)$.

1.4.1 Bestimmen Sie einen Funktionsterm von p und zeichnen Sie die zugehörige Parabel für $-3 \leq x \leq +1$ in das vorhandene Koordinatensystem ein. 6

$\left[\text{mögliches Teilergebnis: } p(x) = -\frac{3}{4}x^2 - \frac{3}{2}x - \frac{9}{4}\right]$

1.4.2 Die beiden Graphen G_f und G_p schließen ein endliches Flächenstück ein. Berechnen Sie die exakte Maßzahl des Flächeninhalts des beschriebenen Flächenstücks. 4

2.0 In sogenannten Aluminiumhütten wird nach einem bestimmten Verfahren Aluminium aus Aluminiumoxid gewonnen. Die Temperatur vom Ausgangsstoff bis zum fertigen Endprodukt Aluminium während des Herstellungsprozesses kann modellhaft durch die Funktion T mit der Funktionsgleichung

$$T(t) = 250 \cdot t \cdot e^{-0{,}1 \cdot t} + 22$$

mit $t \in \mathbb{R}_0^+$ beschrieben werden. Dabei steht die Variable t für die Zeit in Minuten ab dem Zeitpunkt $t_0 = 0$. Der Funktionswert von T gibt die Temperatur in Grad Celsius zum Zeitpunkt t an. Auf das Mitführen von Einheiten während der Rechnungen wird verzichtet. Runden Sie Ihre Ergebnisse sinnvoll.

2.1 Berechnen Sie die Temperatur im Herstellungsprozess nach fünf Minuten und die Temperatur, welche sich nach diesem Modell theoretisch langfristig einstellt. 4

2.2 Beim Erreichen des Temperaturmaximums liegt Aluminium in flüssiger Form vor. Es wird mittels eines Saugrohres abgesaugt und kühlt anschließend ab. Ermitteln Sie rechnerisch dieses Temperaturmaximum. 7

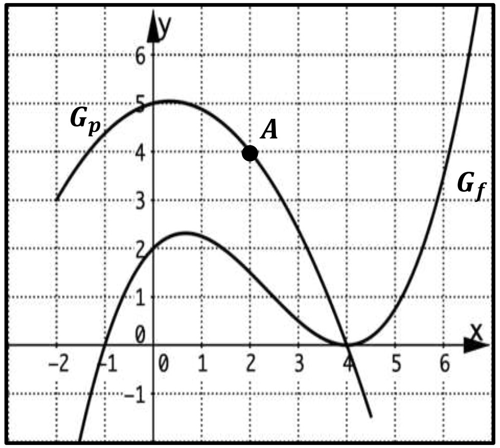
[mögliches Teilergebnis: $T'(t) = 250 \cdot e^{-0{,}1 \cdot t} - 25 \cdot t \cdot e^{-0{,}1 \cdot t}$]

2.3 Zeichnen Sie unter Verwendung alles bisherigen Ergebnisse und weiterer geeigneter Funktionswerte den Graphen der Funktion T im Bereich $0 \leq t \leq +60$ in ein Koordinatensystem. Wählen Sie dazu für beide Achsen einen geeigneten Maßstab. Entnehmen Sie anschließend dem Graphen den Zeitpunkt $t_{20-\text{fach}}$, zu dem die Temperatur im Abkühlungsvorgang dem 20-fachen der Anfangstemperatur entspricht. 5

2.4 Für die Koordinaten des Wendepunktes des Graphen der Funktion T gilt ohne Nachweis $W(+20|T(+20))$. Berechnen Sie $T'(+20)$ und interpretieren Sie den Wert im Sinne der vorliegenden Thematik. 3

2023 AI (mit Hilfsmittel)

1.0 Die Abbildung zeigt ausschnittsweise den Graphen G_f einer ganzrationalen Funktion f dritten Grades mit der Definitionsmenge $\mathbb{D}_f = \mathbb{R}$ und den Graphen G_p der quadratischen Funktion $p: x \mapsto -\frac{3}{8}x^2 + \frac{1}{4}x + 5$ mit der Definitionsmenge $\mathbb{D}_p = \mathbb{R}$.



1.1 Entnehmen Sie der Abbildung aus 1.0 geeignete ganzzahlige Werte und bestimmen Sie einen Funktionsterm $f(x)$ der Funktion f. 3

1.2.0 Die Funktion f lässt sich auch in der Form $f(x) = \frac{1}{8}(x^3 - 7x^2 + 8x + 16)$ darstellen. Der Nachweis hierfür ist nicht erforderlich.

1.2.1 Bestimmen Sie eine Gleichung der Tangente G_g an G_f im Punkt $P(0|+2)$. 3

1.2.2 Zeigen Sie, dass in keinem Punkt des Graphen G_f eine Tangente mit der Steigung $m = -2$ angelegt werden kann. 3

1.2.3 Ermitteln Sie die exakten Koordinaten des Wendepunkts von G_f. 4

1.2.4 G_p (siehe Abbildung oben) und die Gerade G_h mit der Funktionsgleichung $h(x) = x + 2$ und Definitionsmenge $\mathbb{D}_h = \mathbb{R}$ schneiden sich im Punkt $A(+2|+4)$. Zeichnen Sie die Gerade G_h in die obige Abbildung ein und schraffieren Sie das Flächenstück, das durch G_p, G_h und die y-Achse im I. Quadranten des Koordinatensystems eingeschlossen wird. Berechnen Sie die Maßzahl seines Flächeninhalts. 6

2.0 Beim Backen eines Roggenbrotes kann Sauerteig als Triebmittel für den Brotteig verwendet werden. Für den Sauerteig setzt man Mehl und Wasser im selben Verhältnis zueinander an. Milchsäurebakterien in Mehl und Wasser sorgen dafür, dass im Gemisch die notwendige Milchsäure entsteht. Ein frisch angesetzter Sauerteig besitzt zum Zeitpunkt $t_0 = 0$ einen pH-Wert (Säuregrad) von 6,0. Nach 40 Stunden hat der Sauerteig einen pH-Wert von 3,5. Das Durchsäuern des Gemisches lässt sich näherungsweise durch die Funktion p mit der Funktionsgleichung

$$p(t) = 3{,}2 + b \cdot e^{-k \cdot t}$$

mit $t \in \mathbb{R}_0^+$ und $b, k \in \mathbb{R}$ beschreiben. Dabei steht die Variable t für die Zeit in Stunden ab dem Zeitpunkt $t_0 = 0$. Der Funktionswert von p gibt den pH-Wert zum Zeitpunkt t an. Auf das Mitführen von Einheiten während der Rechnungen wird verzichtet. Runden Sie Ihre Ergebnisse sinnvoll.

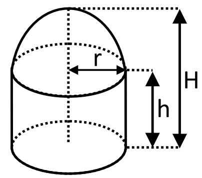
2.1 Bestimmen Sie die Werte der Parameter b und k. 4

2.2.0 Im Folgenden gilt $p(t) = 3{,}2 + 2{,}8 \cdot e^{-0{,}056 \cdot t}$.

2.2.1 Der Sauerteig kann ab einem pH-Wert von 4,0 dem Brotteig zugegeben werden. Bestimmen Sie rechnerisch den Zeitpunkt, ab welchem die Zugabe des Sauerteigs möglich ist. Berechnen Sie die Abnahmegeschwindigkeit des pH-Werts zu diesem Zeitpunkt. [mögliches Teilergebnis: $p'(t) = -0{,}1568 \cdot e^{-0{,}056 \cdot t}$] 6

2.2.2 Zeichnen Sie unter Verwendung aller bisherigen Ergebnisse und weiterer geeigneter Funktionswerte den Graphen der Funktion p im Bereich $0 \leq t \leq +60$ in ein Koordinatensystem. Wählen Sie für beide Achsen einen geeigneten Maßstab. 4

3.0 Ein Hersteller von Tauchflaschen plant ein neues Tauchflaschenmodell. Die Wandstärke des Materials wird vernachlässigt. Die Tauchflasche hat vereinfacht die Form eines geraden Zylinders mit aufgesetzter Halbkugel (siehe Abbildung). Die Firma gibt für die Zylinderhöhe h (in dm) die Bedingung $h(r) = \frac{4}{r} - \frac{3r}{2}$ vor. Bei den Berechnungen wird auf das Mitführen von Einheiten verzichtet. Runden Sie Ihre Ergebnisse auf zwei Nachkommastellen.



3.1 Zeigen Sie, dass die Maßzahl des Volumens (in dm^3) der Tauchflasche in Abhängigkeit vom Zylinderradius r (in dm) durch die Funktion V mit der Funktionsgleichung $V(r) = -\frac{5}{6}r^3\pi + 4r\pi$ beschrieben werden kann. 3

3.2 Der Hersteller gibt für das neue Modell einen Radius von 0,85 dm bis 1,4 dm vor. Ermitteln Sie den Radius r, für den das Volumen der Tauchflasche maximal wird und berechnen Sie die Maßzahl dieses maximalen Volumens. 7

Im Folgenden werden relative Häufigkeiten als Wahrscheinlichkeiten interpretiert.

1.0 Im Juni und Juli findet die Fußball-Europameisterschaft in Deutschland statt. Ein Tourismusunternehmen bietet für fußballbegeisterte Kunden diverse Möglichkeiten, an der Veranstaltung in Deutschland teilzunehmen. Im Nachfolgenden werden nur Kunden betrachtet, welche sich für die Fußball-Europameisterschaft interessieren.

Fußballbegeisterte Kunden können bei dem Tourismusunternehmen Anreise (A), Unterkunft (U) und Eintritt zu einem Spiel (S) buchen. 50% aller Fans buchen die Anreise. Von diesen buchen 80% gleichzeitig eine Unterkunft. Von den Fans, die eigenständig anreisen, buchen 60% eine Unterkunft. Unabhängig davon, ob die Anreise bzw. die Unterkunft beim Tourismusunternehmen gebucht oder nicht gebucht wurde, bucht ein fester Anteil aller Fans den Eintritt für den Besuch eines Spieles. Von allen Fans entscheiden sich 36% für das Komplettangebot aus Anreise mit Unterkunft und Eintritt. Das Buchungsverhalten eines beliebig herausgegriffenen fußballbegeisterten Kunden des Tourismusunternehmens wird als Zufallsexperiment aufgefasst.

1.1 Bestimmen Sie unter Verwendung eines Baumdiagramms die Wahrscheinlichkeiten aller acht Elementarereignisse des betrachteten Zufallsexperiments. 5

$\left[\text{Teilergebnis: } P\left(\left\{\left(A;\overline{U};\overline{S}\right)\right\}\right) = 0{,}01\right]$

1.2 Gegeben sind folgende Ereignisse: 3

- E_1: „Ein zufällig ausgewählter Kunde bucht die Anreise oder den Eintritt zu einem Spiel."
- $E_2 = \left\{(A;U;S);\left(A;\overline{U};\overline{S}\right);\left(\overline{A};\overline{U};S\right)\right\}$
- $E_3 = \overline{\overline{E_1} \cup E_2}$

Ermitteln Sie eine aufzählende Mengenschreibweise für E_3.

2 Ein Hotel, welches zur Europameisterschaft ausschließlich mit Fans belegt ist, bietet neben den gewöhnlichen Services zwei zusätzliche Dienste an, welche die Gäste wählen können. Diese sind ein Fahrdienst zum Spiel im örtlichen Stadion (F) sowie ein Besuch des Trainingsgeländes der ansässigen Nationalmannschaft (N). Von früheren Großereignissen ist bekannt, dass drei von fünf Gästen den Fahrdienst wählen. Insgesamt entscheiden sich 50% aller Gäste für genau einen der beiden zusätzlichen Dienste. Außerdem gilt: $P_F(N) = 0{,}25$. 5
Bestimmen Sie mithilfe einer Vierfeldertafel, wie viele der insgesamt 400 Gäste des Hotels keinen der beiden zusätzlichen Dienste wünschen.

3 Bei der Zusammenstellung der sechs Gruppen für die Gruppenphase wurden zunächst die vermeintlich sechs stärksten Mannschaften zufällig per Los auf die sechs Gruppen verteilt. Diese sechs Mannschaften werden als „Gruppenköpfe" bezeichnet. Die Wahrscheinlichkeit, dass ein Gruppenkopf unter den 16 Mannschaften, die ins Achtelfinale einziehen, vertreten ist, beträgt $p = 0{,}8$. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit des folgenden Ereignisses: E_4: "Nicht alle Gruppenköpfe erreichen das Achtelfinale." 2

4.0 Ein Fanshop vor einem Stadion bietet Fans genau die folgenden drei Artikel zum Kauf:

Artikel	Trikot	Hose	Fahne
Preis in €	100	50	10

Im Folgenden werden nur Fans betrachtet, die mindestens einen der obigen drei Artikel kaufen, wobei kein Fan denselben Artikel mehrfach kauft. Die Zufallsgröße X beschreibt die Ausgaben in Euro eines Fans im Fanshop. Die folgende Tabelle zeigt die unvollständige Wahrscheinlichkeitsverteilung der Zufallsgröße X.

x							160
$P(X = x)$	0,1	0,2	0,2	0,15	0,05	0,25	0,05

4.1 Vervollständigen Sie die Tabelle, indem Sie die fehlenden Zufallswerte x von links nach rechts der Größe nach aufsteigend in die obere Tabellenzeile eintragen. Berechnen Sie anschließend die durchschnittlichen Tageseinnahmen des Fanshops pro Spieltag, wenn im Fanshop mit durchschnittlich 250 Fans an einem Spieltag zu rechnen ist. 3

4.2 Aufgrund der zunehmenden Anzahl an umweltbewussten Fans überlegt der Inhaber des Fanshops nur noch GREEN-Label zertifizierte Trikots und Hosen anzubieten. Er müsste dafür aber die Verkaufspreise dieser Artikel deutlich erhöhen. Ein befreundeter Geschäftsmann behauptet, dass erfahrungsgemäß mindestens 80% der Fans den Preisanstieg akzeptieren würden und dadurch eine deutliche Gewinnsteigerung zu erwarten sei. Sollte dies der Fall sein, will der Inhaber des Fanshops die Umstellung wagen. Allerdings glaubt er, dass deren Anteil deutlich geringer ist (Gegenhypothese). Um eine Entscheidung zu treffen, befragt er 100 zufällig ausgewählte Fans, ob diese höhere Preise für die GREEN-Label zertifizierten Produkte in Kauf nehmen würden. 5
Entwickeln Sie für den Inhaber des Fanshops einen geeigneten Hypothesentest auf einem Signifikanzniveau von 5%. Geben Sie an, welche Entscheidung der Test nahelegt, wenn 75 Kunden angeben, dass sie die höheren Preise für die GREEN-Label zertifizierten Produkte akzeptieren würden.

Im Folgenden werden relative Häufigkeiten als Wahrscheinlichkeiten interpretiert.

1.0 An einer Fachoberschule wird eine Umfrage zu den Zukunftsplänen der Schülerinnen und Schüler durchgeführt. Laut dieser Umfrage möchte nach dem Fachabitur ein Fünftel aller Befragten ein sogenanntes „Gap Year" (G) machen. 70% davon haben vor in diesem Jahr ins Ausland zu gehen $(\overline{D})$, alle anderen verbringen die Zeit lieber in Deutschland (D). Von denjenigen, die ins Ausland gehen, machen dort 35% Work & Travel (W), 30% ein Praktikum (P) und der Rest andere Tätigkeiten (T) wie zum Beispiel Sprachreisen, Urlaub oder arbeiten als Au-pair. Die Hälfte derer, die während ihres Gap Years in Deutschland bleiben, nutzt die Zeit für ein Praktikum und die andere Hälfte für einen Freiwilligendienst (F). Von den Befragten, die sich gegen eine Auszeit $(\overline{G})$ nach dem Fachabitur entscheiden, planen 40% zu studieren (S). Der Rest wird zu gleichen Teilen die dreizehnte Klasse (K) besuchen oder eine Ausbildung beginnen (A). Die Befragung einer zufällig ausgewählten Schülerin oder einer zufällig ausgewählten Schülers nach den Zukunftsplänen wird als Zufallsexperiment aufgefasst.

1.1 Bestimmen Sie unter Verwendung eines Baumdiagramms die Wahrscheinlichkeiten aller acht Elementarereignisse des Zufallsexperiments. 5

1.2 Nun werden folgende Ereignisse betrachtet: 4

- E_1: „Eine zufällig ausgewählte befragte Person plant ein Gap Year im Ausland."
- $E_2 = \{(G;\overline{D};P);(G;D;P)\}$
- $E_3 = \overline{E_1 \cap E_2}$

Geben Sie E_1 in aufzählender Mengenschreibweise an und formulieren Sie E_2 möglichst einfach im Sachzusammenhang. Berechnen Sie anschließend $P(E_3)$.

2 Die Schülerin Lena entscheidet sich für ein Gap Year mit Auslandsaufenthalt in Asien. Sie findet einen Job bei einer Auffangstation für Meerestiere. Im Durchschnitt sind 65 von 100 behandelten Tieren in der Station Meeresschildkröten (S). Insgesamt sind 60% aller Verletzungen und Krankheiten bei Meerestieren die Folge von Plastikmüll (M) in den Ozeanen, zwei Drittel davon treten bei Meeresschildkröten auf. 5

Erstellen Sie für den beschriebenen Sachverhalt eine vollständig ausgefüllte Vierfeldertafel. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit des Ereignisses $E_4 = M \cup S$ und interpretieren Sie Ihr Ergebnis im Sinne der vorliegenden Thematik.

3 Eine von Lenas Lieblingsaufgaben in der Auffangstation ist das Freilassen von Baby-Schildkröten an möglichst sicheren Stränden. Sie weiß jedoch, dass die Überlebens-chance der Baby-Schildkröten in den ersten paar Tagen aufgrund der hohen Anzahl an Fressfeinden nur bei 10% liegt. 2

Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass von 20 freigelassenen Schildkrötenbabys mindestens drei, aber höchstens sieben Tiere überleben.

4.0 Lena möchte die Reisezeit ihres Work & Travel Aufenthalts nutzen, um Tauchen zu lernen. Eine Tauchschule in Thailand macht Werbung mit der Behauptung, dass bei mindestens 70% aller Tauchgänge Meeresschildkröten beobachtet werden können. Lena vermutet allerdings, dass der Anteil deutlich geringer ist (Gegenhypothese). Um ihren Verdacht mit einem Hypothesentest zu überprüfen, befragt sie jeweils einen Teilnehmer bzw. eine Teilnehmerin von 50 verschiedenen Tauchgängen, ob Schildkröten gesehen wurden. Lena möchte sich bei der Annahme ihrer Vermutung mit einer Wahrscheinlichkeit von höchstens 3% irren.

4.1 Geben Sie für diesen Test die Testgröße sowie die Nullhypothese an. Ermitteln Sie den größtmöglichen Ablehnungsbereich der Nullhypothese und geben Sie an, welche Entscheidung der Test nahelegt, wenn auf genau 20 Tauchgängen keine Meeresschild-kröten gesehen werden. 5

4.2 Berechnen Sie für den in Teilaufgabe 4.1 entwickelten Test die Wahrscheinlichkeit des Fehlers 2. Art, wenn tatsächlich nur auf der Hälfte aller Tauchgänge mit der Tauchschule Meeresschildkröten gesehen werden. 2